

## Unité 2 : Aspects microéconomiques de la fiscalité (première version)<sup>1</sup>

---

Dans cette unité, nous allons rappeler et développer quelques aspects de l'analyse microéconomique des impôts.

Dans le premier titre, l'on va analyser et comparer l'impact de différents types d'impôts sur la contrainte budgétaire d'un consommateur qui, avec un revenu exogène  $R > 0$ , peut acheter sur le marché deux biens X et Y dont les prix de marché sont respectivement  $p_x > 0$  et  $p_y > 0$ .

Au titre II, on va analyser l'impact de différents types d'impôts, cette fois-ci sur la contrainte budgétaire reposant sur un revenu endogène qui est fonction des choix du consommateur entre loisir et travail et donc, comme le travail est le passage obligé pour pouvoir financer une consommation marchande, des choix entre loisir et consommation marchande.

Si dans les titres I et II on fait abstraction, en règle générale, des préférences des acteurs pour montrer que de par la seule prise en compte de la contrainte budgétaire, c'est-à-dire de l'ensemble des choix économiques a priori possibles, l'on peut déjà dégager des résultats intéressants, l'on va au titre III, analyser, dans le modèle de la contrainte budgétaire du titre I, augmenté maintenant d'une prise en considération des préférences des acteurs, l'impact de la fiscalité sur les choix optimaux du consommateur. Dans ce contexte, on va entre autres chercher à définir le concept de deadweight loss d'une taxe.

Au titre IV, on fera, mutatis mutandis, de même en relation avec le choix loisir-travail/consommation marchande.

Au titre V, on analysera différents types d'impôt dans le cadre d'un modèle très simple d'équilibre général. Ce titre permettra de faire pour partie une synthèse des titres précédents.

Si les modèles, à ce stade, avaient un caractère 'atemporel', nous allons, au titre VI, analyser certains aspects intertemporels de la fiscalité.

Au titre VII, on passera des comportements individuels aux comportements agrégés de marché et on analysera l'impact de la fiscalité dans un marché en concurrence parfaite.

---

<sup>1</sup> Cette quasi première version comporte inévitablement de nombreuses erreurs de fond et de forme. Que le lecteur nous en excuse et nous aide à les redresser.

Au titre VIII, on fera de même, mutatis mutandis, pour la forme de marché opposé à la concurrence, le monopole pour enchaîner au titre IX avec une analyse de la fiscalité dans le contexte d'une concurrence imparfaite.

Le titre X sera consacré à une analyse des aspects d'équité en relation avec la fiscalité.

Le titre XI analysera la fiscalité en tant qu'instrument parmi d'autres de correction d'externalités négatives.

On terminera avec le titre XII dans lequel nous allons, en nous basant notamment sur les développements des titres précédents, chercher à dégager, en reprenant les constats et conclusions d'étapes des titres précédents, en quoi l'analyse microéconomique des impôts permet de dégager, sous un aspect aussi bien pratique que théorique, des conclusions de politique fiscale.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> Rappelons, en simplifiant que les impôts/taxes sont des versements monétaires obligatoires à l'Etat à effectuer par les débiteurs légaux de ces derniers si le fait générateur de la taxe est rempli en relation avec une base imposable donnée. Les impôts/taxes servent à l'Etat pour respectivement (i) acheter des biens et services marchands, (ii) procéder à des investissements publics, (iii) payer les facteurs de production, notamment le travail, les revenus des derniers étant à leur tour affectés par ceux qui les perçoivent – notamment les agents publics - à l'achat de biens et services marchands, et (iv) servir à des transferts de revenu pour des raisons redistributives. Ces impôts/taxes ont, le plus souvent, un impact, à moins qu'ils ne corrigent des externalités négatives, de réduction de la « *base économique* », mais également, surtout à moyen et long terme, un effet de croissance de la base économique, à travers le financement qu'ils permettent des investissements publics, à caractère de bien public, nécessaires à la croissance de l'activité économique, voire et à travers une distribution plus équitable des revenus disponibles, source de solidarité et de paix sociales, et donc de productivité.

## **Titre I. Analyse de la fiscalité dans le cadre d'une contrainte budgétaire avec revenu exogène**

Soit un consommateur représentatif<sup>1</sup> qui peut consommer les deux biens X et Y dont les prix de marché  $p_x$ ,  $p_y$ , sont fixés de façon exogène. Il dispose d'un revenu R qui également est supposé être exogène.

Les prix  $p_x$  et  $p_y$  sont exprimés en autant d'unités monétaires (d'une unité monétaire donnée) par unité physique du bien. Le revenu R est exprimé en autant d'unités de cette même unité monétaire.

Par la suite, nous allons exprimer la contrainte budgétaire et par après analyser l'impact sur celle-ci de telle ou telle taxe, le terme taxe étant utilisé, sauf indication contraire, de façon générique.

### ***1. La contrainte budgétaire***

#### **1.1. Définition et analyse de la contrainte budgétaire**

Le consommateur, d'un côté, a un revenu, de l'autre côté, il effectue une dépense pour les deux biens égale à  $p_x \cdot x + p_y \cdot y$ .

L'on suppose que :

$$p_x \cdot x + p_y \cdot y \leq R.$$

Le consommateur ne peut pas dépenser plus que son revenu. Cela exclut le prêt tout comme l'on exclut l'épargne en supposant toujours que :

$$p_x \cdot x + p_y \cdot y = R \quad (1)$$

Notre modèle, en quelque sorte, est 'atemporel' puisque toute opération d'épargne ou de prêt est par définition exclue.

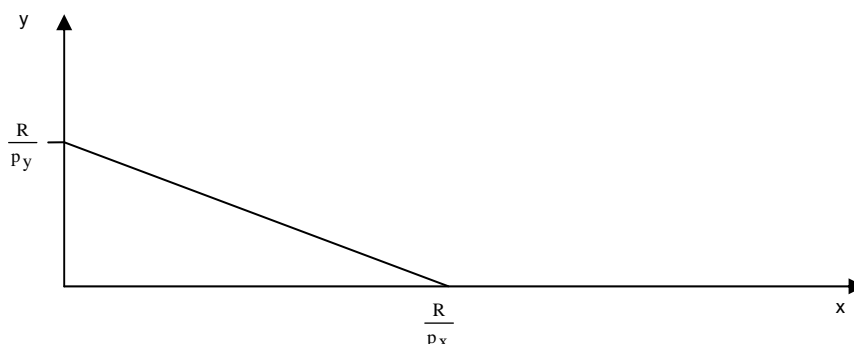
Cette contrainte budgétaire peut également s'écrire :

$$y = \frac{R}{p_y} - \frac{p_x}{p_y} \cdot x \quad (2)$$

---

<sup>1</sup> Dans cette unité, nous analysons les taxes avant tout sous leur effet de l'impact économique sur les prix, les quantités et la recette fiscale et, de façon plus synthétique, en termes d'efficacité économique à travers des concepts définis à cette fin. Les aspects d'équité, souvent en déphasage avec ceux de l'efficacité, dont l'analyse nécessitera la prise en compte de différences entre les agents économiques et, par exemple entre consommateurs la prise en compte de différences de revenu ou de différences de capacités de générer des revenus - seront analysés au titre X.

Graphiquement, on a :



La droite limite la zone des paniers réalisables, en l'occurrence le triangle  $0 \frac{R}{p_y} \frac{R}{p_x}$ , car nécessitant une dépense inférieure au revenu de la zone des paniers qui nécessiteraient une dépense supérieure au revenu.

Les paniers de la droite même sont précisément ceux pour lesquels la dépense est exactement égale au revenu R. Chaque panier de la droite se caractérise par le fait que pour disposer de plus d'un des deux biens, il faut renoncer à une certaine quantité de l'autre bien.

Les deux points extrêmes respectivement  $\left(0, \frac{R}{p_y}\right)$  et  $\left(\frac{R}{p_x}, 0\right)$  reprennent la situation où tout le revenu R est dépensé pour respectivement un seul des deux biens.

Dans l'équation deux, l'on note le terme  $\frac{p_x}{p_y}$  qui mathématiquement est la valeur absolue de la dérivée de y par rapport à x.

$$\left| \frac{dy}{dx} \right| = \frac{p_x}{p_y}$$

Ce rapport entre les deux prix nominaux est le prix relatif de x par rapport à y, autrement dit ce rapport nous indique combien d'unités de y « coûte » une unité du bien X.<sup>1</sup>

Prenons un exemple numérique. Soit  $p_x = 10$  et  $p_y = 5$ . Alors :

$$\frac{p_x}{p_y} = \frac{10}{5} = 2$$

Une unité de X « coûte » deux unités de Y, c'est-à-dire en dépensant le prix de 10 pour une unité de X, on renonce forcément à l'achat de deux unités

---

<sup>1</sup> On dit aussi que  $\frac{p_x}{p_y}$  est le coût d'opportunité du bien X.

de Y qui, autrement, on aurait pu acheter avec cette même somme de 10 dépensée pour une unité du bien X.

Force est de constater que si l'on change dans la même proportion les deux prix nominaux, le prix relatif reste inchangé.

Ainsi, pour revenir à notre exemple numérique, si  $p'_x = 20$  et  $p'_y = 10$ , c'est-à-dire si les prix doublent, le prix relatif ne change pas.

## 1.2. Une remarque importante

Il est utile d'apporter quelques précisions quant aux unités dans lesquelles sont exprimées les différentes variables.

### 1.2.1. En présence d'une monnaie « abstraite »

Supposons que R représente autant d'unités monétaires d'une unité monétaire [u.m.] donnée et que les prix  $p_x$  et  $p_y$  sont exprimés en autant d'unités monétaires de cette même unité monétaires [u.m.] par unité physique<sup>1</sup> (respectivement [u.p.x] et [u.p.y]) du bien en question.

Partant, on a :

$$R = p_x \cdot x + p_y \cdot y \quad (1)$$

En termes d'unités, on a pour l'équation (1) :

$$[u.m.] = \frac{[u.m.]}{[u.p.x]} \cdot [u.p.x] + \frac{[u.m.]}{[u.p.y]} \cdot [u.p.y]$$

ou  $[u.m.] = [u.m.] + [u.m.]$

A partir de cette équation (1), on peut diviser des deux côtés par un des deux prix, disons par  $p_x$ , et on obtient :

$$\frac{R}{p_x} = x + \frac{p_y}{p_x} \cdot y \quad (1')$$

---

<sup>1</sup> John Leach note au sujet des unités dans lesquelles est exprimé un bien : "Note that the price is always the price of some standard unit, even though we are imagining that the good can be sold in arbitrarily small amounts. In the present case, the price is always the price of one point of ale, even when that ale is sold drop by drop. For example, if I am willing to pay  $\frac{1}{100}$  of a cent for one more drop of ale and if there are 50.000 drops in a pint, my marginal valuation of ale is \$ 5 per pint" (A Course in Public Economics, Cambridge University Press, 2004).

En unités, l'équation (1') donne :

$$\frac{\frac{[u.m]}{[u.m]}}{\frac{[u.m]}{[u.p.x]}} = [u.p.x] + \frac{\frac{[u.m]}{[u.p.y]}}{\frac{[u.m]}{[u.p.x]}} \cdot [u.p.y]$$

ou  $[u.p.x] = [u.p.x] + [u.p.x]$

Avec cette façon de procéder, on aurait « éliminé » l'unité monétaire dans l'équation (2).

On peut faire un pas de plus, toujours en présence d'unités monétaires, pour fixer un prix, disons  $p_x$ , à 1. On aurait donc  $p_x = 1 \frac{[u.m]}{[u.p.x]}$ .

Dans ce cas, l'équation (1) devient :

$$\begin{aligned} R &= 1 \cdot x + p_y \cdot y \\ &= x + p_y \cdot y \end{aligned} \quad (2)$$

En termes d'unités, cette équation s'exprime en unités monétaires :

$$[u.m] = \frac{[u.m]}{[u.p.x]} \cdot [u.p.x] + \frac{[u.m]}{[u.p.y]} \cdot [u.p.y]$$

ou  $[u.m] = [u.m] + [u.m]$

Notons que l'équation (1'') n'est rien d'autre que l'équation (1) avec un niveau de prix fixé pour  $p_x$ , en l'occurrence  $p_x=1$ .

Si, par ailleurs, on divise comme précédemment des deux côtés par  $p_x$  avec maintenant  $p_x=1$ , on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{R}{1} &= \frac{1 \cdot x}{1} + \frac{p_y}{1} \cdot y \\ R &= x + p \cdot y \end{aligned} \quad (3)$$

Cette dernière expression (3) est en unités physiques. Notons que nous avons écrit  $\frac{p_y}{1} = p$ , au lieu de  $\frac{p_y}{1} = p_y$ , parce que les unités de  $p_y$  et  $\frac{p_y}{1}$  ne sont pas les mêmes.

On pourrait appeler le bien X le « numéraire ».

### Exercice

Comparez les normalisations suivantes :

- $p_x = 1$
- $p_x + p_y = 1$
- $p_x^2 + p_y^2 = 1$

#### 1.2.2. En l'absence d'une monnaie abstraite

On pourrait faire abstraction déjà au départ d'une monnaie (de compte).

Dans ce cas, le revenu  $R$  ne peut exister que sous forme d'un certain nombre d'unités physiques d'un bien, disons du bien  $X$ , avec un revenu de départ  $\bar{x}$ .

Alors, on a :

$$\begin{aligned} \bar{x} &= x + p \cdot y \\ [u.p.x] &= [u.p.x] + \frac{[u.p.x]}{[u.p.y]} \cdot [u.p.y] \end{aligned} \quad (4)$$

Dans ce cas,  $p$  est le taux d'échange entre  $y$  et  $x$ , c'est-à-dire il indique le nombre d'unités du bien  $X$  qu'il faut donner pour une unité du bien  $Y$ . Toute cette expression est exprimée en unités du bien  $X$ .

Notons pour terminer que l'on pourrait, en présence d'une unité monétaire, également raisonner en termes d'un revenu qui, au départ, aurait une forme physique, p.ex.  $\bar{x}$  unités du bien  $X$ , pour écrire :

$$\begin{aligned} p_x \cdot \bar{x} &= p_x \cdot x + p_y \cdot y \quad (5) \\ \frac{[u.m]}{[u.p.x]} \cdot [u.p.x] &= \frac{[u.m]}{[u.p.x]} \cdot [u.p.x] + \frac{[u.m]}{[u.p.y]} \cdot [u.p.y] \end{aligned}$$

A partir de cette équation, on pourrait de nouveau diviser des deux côtés par  $p_x$ , voire, avant de ce faire fixer le prix  $p_x$  à 1.

### Exercices

(i) Commentez l'affirmation suivante reprise de Hindriks et Myles<sup>1</sup> :

"In order to analyze the [general equilibrium] model, the indeterminacy of the level of prices [only relative prices can be determined from the

---

<sup>1</sup> *Intermediate Public Economics*, The MIT Press, 2006

model and not the level of prices] needs to be removed. This is achieved by adopting a price normalization which is simply a method of fixing a scale for prices. There are numerous ways to do this. The simplest way is to select a commodity as a numéraire, which means that its price is fixed at one, and measure all prices relative to this. The numéraire chosen in this way can be thought of as the unit of account of the economy. This is the role usually played by money, but formally there is no money in this economy.”

- (ii) Commentez le passage suivant repris du chapitre 26 “*Tax Incidence*” de Fulterton et Metcalf, dans *Handbook of Public Economics*, Volume 4, North Holland, 2002 :

*“Another definitional advice useful to [tax incidence] analysts is the “unit convention” which is just a way to define what is one unit of a good. Apples can be priced per pound, per ton or per bushel and this choice has no real effect even though the price looks very different. Therefore we can define a unit as whatever amount costs one dollar before taxes. Then the initial price is one and we can focus on tax changes that may rise that price or lower it.*

*Similarly, if one person buys a car for \$ 20.000 while another buys a car for \$ 10.000, we simply say that the first person has purchased twice as much car. The price they face is the same (\$ 1 per unit). This convention has the added advantage that a one-cent unit tax is the same as a 1 percent ad valorem tax.”*

## **2. Introduction d’impôts<sup>1</sup>**

### **2.1. Introduction de taxes ad valorem et de taxes spécifiques (unitaires)**

2.1.1. Définitions d’une taxe ad valorem, d’une taxe spécifique (unitaire) et précisions méthodologiques

#### 2.1.1.1. DEFINITIONS

On peut concevoir des taxes sur les transactions effectuées par et avec le consommateur.

Aussi chacun des deux biens X et Y peut être soumis soit à une taxe spécifique, soit à une taxe ad valorem, soit à une combinaison des deux.

Une « *taxe spécifique* »<sup>1</sup>, appelée également « *taxe unitaire* », est exprimée en autant d’unités monétaires par unité physique.

---

<sup>1</sup> Dans cette unité, on utilise, en règle générale, indifféremment les termes « *impôt* » et « *taxe* ».

Si on introduit une taxe spécifique,  $t_x$ , sur le bien X, le prix hors taxe  $p_x$  passe à<sup>2</sup> :

$$p_x + t_x$$

Par exemple, si  $p_x = 10$  et  $t_x = 5$

$$p_x + t_x = 15$$

La recette fiscale de l'Etat, pour un nombre de transactions  $x_0$ , est  $t \cdot x_0$ .

Une « *taxe ad valorem* » est exprimée en un pourcentage du prix hors taxe. Donc, introduire une taxe ad valorem de  $t_x$  fait passer le prix hors taxe  $p_x$  à :

$$p_x + p_x \cdot t_x = p_x \cdot (1 + t_x)$$

Par exemple, si  $p_x = 10$  et  $t_x = 20\% = 0,2$ , le prix taxe ad valorem compris passe à :

$$\begin{aligned} 10 + 10 \cdot 0,2 &= 10 \cdot (1 + 0,2) \\ &= 10 \cdot (1,2) \\ &= 12 \end{aligned}$$

La recette fiscale de l'Etat est égale à l'expression monétaire, la « *valeur* », des transactions, ce qui donne  $t \cdot p \cdot x_0$ .

Si une taxe ad valorem, en règle générale, est définie comme un pourcentage du prix hors taxe<sup>3</sup> (ou du chiffre d'affaires hors taxes) – on parle alors d'un taux de taxe « *en dehors* » (« *tax exclusive rate* ») -, l'on peut également définir une taxe ad valorem comme un pourcentage du prix taxe comprise. On parle alors d'un taux de taxe « *au dedans* » (« *tax inclusive rate* »).

Soient  $t_x$  le taux d'une taxe ad valorem exprimé en dehors,  $p_x$  le prix hors taxe et  $p'_x$  le prix taxe comprise.

Alors, on a :

$$\begin{aligned} p'_x &= p_x \cdot (1 + t_x) \\ \text{ou} \\ \frac{p'_x}{p_x} &= 1 + t_x \end{aligned}$$

---

<sup>1</sup> « *Mengensteuer* »

<sup>2</sup> On suppose ici et après que toute la taxe soit répercutée sur le prix de marché avant taxe. On y revient à la sous-section suivante.

<sup>3</sup> tel est le cas pour la TVA

Si on a une taxe ad valorem  $t'_x$  en dedans, on a :

$$\begin{aligned} p_x &= p'_x - t'_x \cdot p'_x \\ &= p'_x \cdot (1 - t'_x) \end{aligned}$$

ou

$$\frac{p'_x}{p_x} = \frac{1}{1 - t'_x}$$

Interrogeons-nous maintenant quelle relation doit exister entre  $t_x$  et  $t'_x$  pour que les deux taux de taxe, l'un en dehors, l'autre en dedans, donnent le même résultat.

Pour que tel soit le cas, il faut que :

$$1 + t_x = \frac{1}{1 - t'_x}$$

De cette égalité, on tire que :

$$t'_x = \frac{t_x}{1 + t_x}$$

ou

$$t_x = \frac{t'_x}{1 - t'_x}$$

Ces résultats permettent également de trouver une expression en dedans pour un taux donné en dehors, ou inversement.

Si on a p.ex. un taux de TVA de 10% du prix hors taxe, alors il correspond à ce taux en dehors un taux en dedans  $t'$  égal à :

$$t' = \frac{0,1}{1,1} = 9,09\%$$

Si le taux de TVA est de 15%, le taux  $t'$  en dedans y correspondant est :

$$t' = \frac{0,15}{1,15} = 13,04\%$$

Par ailleurs, il arrive que l'on connaît le taux en dehors  $t_x$  et le prix taxe comprise,  $p'_x$ . Dans ce cas, on peut calculer le prix hors taxe  $p_x$  :

$$\text{donc } p'_x = p_x \cdot (1 + t_x)$$

$$p_x = \frac{p'_x}{1 + t_x}$$

Soit un exemple. Une chanson téléchargée est vendue à un prix taxe comprise de 0,99 euro.

Le taux de TVA est de 15%.

Il en résulte que le prix hors taxe  $p_x$  est  $p_x = \frac{0,99}{1,15} = 0,8608$  euro.

Le montant de TVA dû est alors  $0,99 - 0,8608 = 0,1292$  euro, ce qui, en pourcentage (taux en dedans) donne  $13,04\%$   $\left( = \frac{0,15}{1,15} \right)$  de 0,99 euro.

### 2.1.1.2. PRECISIONS METHODOLOGIQUES

L'introduction d'une taxe, spécifique ou ad valorem, fait qu'il va se créer, inévitablement, une différence entre le prix payé par l'acheteur-consommateur,  $p_c$ , et le prix que peut définitivement garder le producteur-vendeur  $p_p$ . En effet, on aura les identités ci-après pour respectivement une taxe spécifique  $t$  et une taxe ad valorem  $t'$  :

$$p_c \equiv p_p + t \quad (i)$$

$$p_c \equiv p_p \cdot (1 + t') \quad (ii)$$

Par après, on fera, sauf indication contraire, l'hypothèse que, par rapport à la situation sans taxe, la taxe introduite se répercutera entièrement sur le prix au consommateur.

Si  $p_0$  est le prix sans taxe, on aura selon cette hypothèse après introduction de la taxe  $t$  :

$$p_c \equiv p_p$$

$$p_c \equiv p_p + t = p_0 + t$$

Cette hypothèse, économiquement, revient à supposer une courbe d'offre parfaitement horizontale.

Prenons un exemple numérique pour illustrer cette hypothèse :

Soit le prix en l'absence d'une taxe  $p_0 = 10$  et soit une taxe  $t = 2$ . On peut a priori avoir les deux extrêmes suivants :

- $p_c = 10$  et  $p_p = 8$ , soit  $p_c = p_0 = p_p + 2$  où  $p_p \equiv p_0 - 2$

ou

- $p_c = 12$  et  $p_p = 10$ , soit  $p_c = p_0 + 2$  où  $p_p = p_c - 2$

C'est ce dernier scénario qui s'inscrit dans notre hypothèse.<sup>1</sup>

Pour une taxe ad valorem  $t'$  on aura :

$$p_c = p_0 \cdot (1 + t')$$

$$p_p = p_0$$

### Exercice

Le prix hors taxe est  $p$  et le taux de TVA est 10%. Admettons que le taux de TVA soit augmenté de 5 points de pour cent pour passer à 15%. De combien va (mécaniquement) augmenter le prix TVA comprise suite à cette augmentation du taux de TVA ?

## 2.1.2. Introduction de taxes spécifiques

### 2.1.2.1. INTRODUCTION D'UNE TAXE SPECIFIQUE SUR UN DES DEUX BIENS

Admettons qu'une taxe spécifique  $t_x$  soit introduite sur le bien X.

En présence d'une taxe, il y a lieu de distinguer le prix au consommateur, le montant à déboursier par l'acheteur pour obtenir une unité du bien taxé et le prix au producteur/vendeur, le montant qui est acquis au producteur pour une unité vendue, la différence entre les deux prix étant précisément la taxe.

Dans ce qui suit, sauf indication contraire, on suppose que l'introduction d'une taxe se répercute entièrement sur le prix au consommateur en ce sens que le prix au consommateur en absence d'une taxe  $p_x$  passe à  $p_x + t_x$  en présence d'une taxe, le producteur recevant après taxe le même montant qu'avant taxe, à savoir  $p_x$ .<sup>2</sup>

La contrainte budgétaire devient :

$$(p_x + t_x) \cdot x + p_y \cdot y = R$$

$$p_x \cdot x + t_x \cdot x + p_y \cdot y = R$$

---

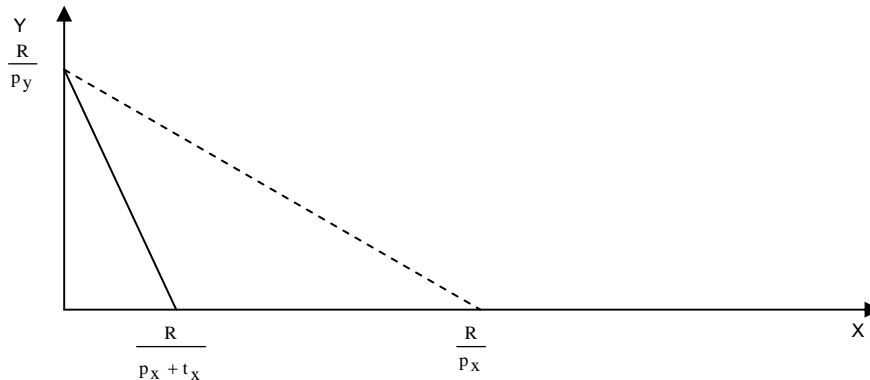
<sup>1</sup> Est-il possible et, si oui, à quelles conditions que suite à l'introduction de  $t=2$ , on aura que  $p_c > 12$  ou que  $p_p < 8$ .

<sup>2</sup> Nous supposons également, sauf indication contraire, que les acteurs sont « *tax takers* », c'est-à-dire qu'aucun acteur, producteur ou consommateur ne cherche à lobbyer et influencer le gouvernement pour que ce dernier renonce à une taxe ou réduise une taxe. De même allons-nous supposer, sauf indication contraire, qu'aucun acteur n'entreprend des actes illégaux pour éviter une taxe.

ou

$$y = \frac{R}{p_y} - \frac{p_x + t_x}{p_y} \cdot x$$

Graphiquement :



Le prix au consommateur est  $p_x + t_x$ , celui au producteur  $p_x$ , avec la différence,  $t_x$ , allant à l'Etat.

L'introduction de la taxe fait apparaître un prix au consommateur et un prix au producteur, la différence entre les deux qui est précisément la taxe  $t$  est appelée le « *coin fiscal* » (« *tax wedge* », « *Steuerkeil* »).

Le prix relatif de X augmente.

$$\frac{p_x + t_x}{p_y} > \frac{p_x}{p_y}$$

Le champ des possibilités se rétrécit, suite à une rotation de la contrainte autour du point  $\left(0, \frac{R}{p_y}\right)$  qui reste accessible, n'étant aucunement touché par la hausse du prix au consommateur du bien X. Autrement dit, suite à l'introduction de la taxe  $t_x$ , la surface du triangle  $\frac{R}{p_y}, \frac{R}{p_x}, \frac{R}{p_x + t_x}$  n'est plus réalisable.

L'impôt nominal T est égal à :

$$T = t_x \cdot x$$

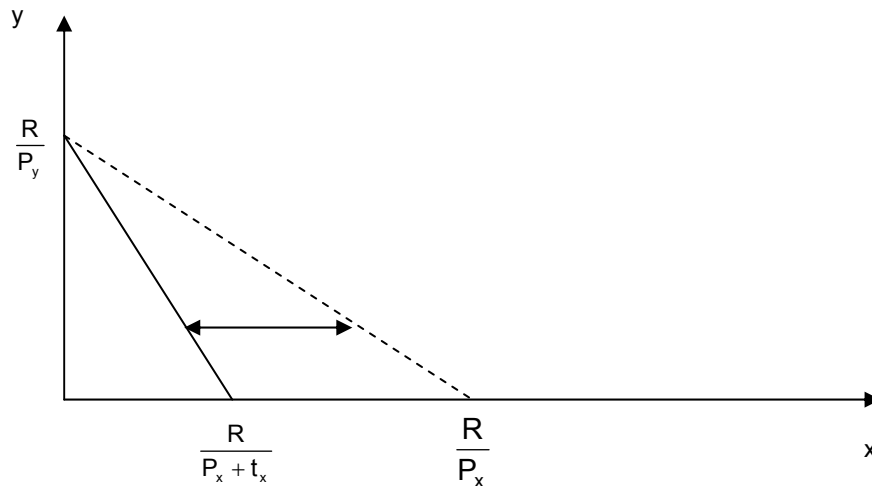
L'impôt nominal maximal est :

$$T = t_x \cdot \left( \frac{R}{p_x} - \frac{R}{p_x + t_x} \right)$$

En termes réels, il est, exprimé en unités du bien X :

$$T_x = \frac{t_x}{p_x} \cdot x$$

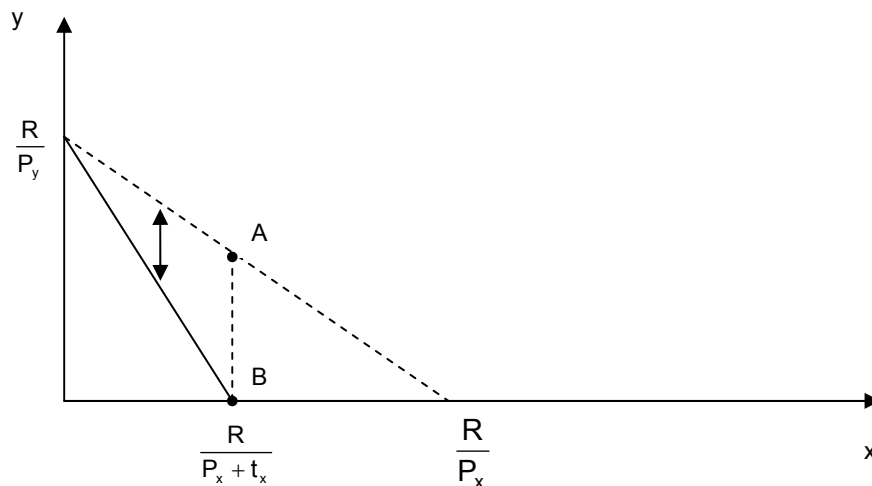
Graphiquement, il s'agit de la distance horizontale entre les deux contraintes, la taxe maximale, exprimée en termes du bien X, étant la distance  $\frac{R}{p_x} - \frac{R}{p_x + t_x}$  :



En unités du bien Y, on a :

$$T_y = \frac{t_x \cdot x}{P_y}$$

Graphiquement, il s'agit de la distance verticale entre les deux contraintes. La taxe maximale, exprimée en termes du bien Y, est AB :



### Exercice

Le bien X est l'essence dont le prix est  $p_x > 0$  ; le prix du bien Y étant  $p_y > 0$ .

(i) Analysez ce qui se passe si l'Etat introduit une taxe spécifique

$$t_x = \frac{1}{2} \cdot p_x.$$

(ii) Analysez ce qui se passe si l'Etat introduit la taxe spécifique  $t_x = \frac{1}{2} \cdot p_x$

tout en décidant et annonçant au consommateur que le montant de la taxe payée par lui sera remboursé dans son intégralité.

Distinguez selon que le montant est retourné/remboursé (p.ex. en cash ou par crédit du compte courant) directement après le paiement même de l'essence ou s'il est reversé plus tard, p.ex. dans une année. [Conseil : Analysez le remboursement de la taxe comme un subside s par unité de litre acheté.]

(iii) Supposez qu'il existe deux consommateurs dont les revenus sont identique et qui, pour le reste, achètent la même quantité d'essence et supposez que l'Etat retourne la totalité de la taxe perçue à raison de  $\frac{T}{2}$  par consommateur. Analysez ce cas.

(iv) Même question si (a) les deux consommateurs achètent des quantités d'essence différentes, (b) s'ils ont des revenus différents, et (c) s'ils ont des revenus différents et achètent des quantités différentes.

### 2.1.2.2. INTRODUCTION DE TAXES SPECIFIQUES SUR CHACUN DES BIENS

Si on introduit une taxe unitaire sur chacun des deux biens, on obtient, en dénotant respectivement par  $t_x$  et  $t_y$  ces deux taxes<sup>1</sup> :

$$(p_x + t_x) \cdot x + (p_y + t_y) \cdot y = R$$

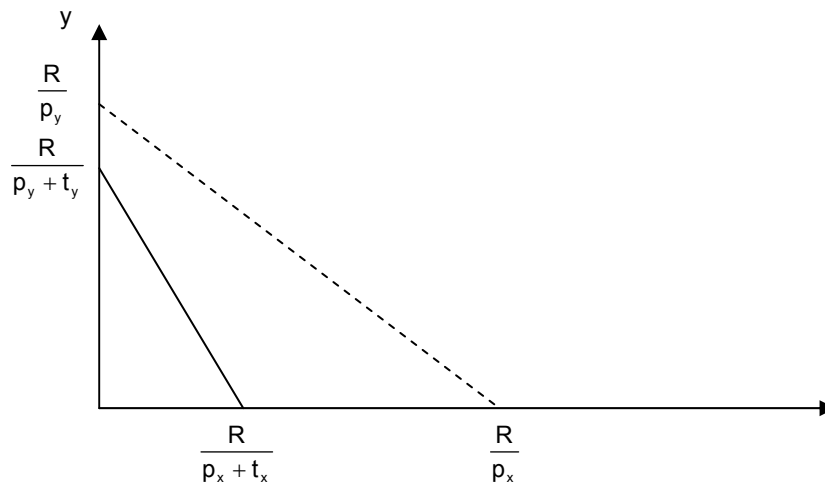
---

<sup>1</sup> Reprenons notre discussion sur les unités dimensionnelles d'une telle équation. Si on est dans le cas où R est exprimé en unités monétaires et  $p_x$  et  $p_y$  en unités monétaires par unité physique, alors  $t_x$  et  $t_y$  sont exprimés en autant d'unités monétaires par unité physique, donc on a pour  $t_x \frac{[u.m]}{[u.p.x]}$  et pour  $t_y \frac{[u.m]}{[u.p.y]}$ . La recette fiscale  $T = t_x \cdot x$  est alors également exprimée en unités monétaires  $[u.m] = \frac{[u.m]}{[u.p.x]} \cdot [u.p.x]$ .

Le prix relatif devient  $\frac{p_x + t_x}{p_y + t_y}$ .

Il augmente ou diminue selon l'importance « *relative* » de  $t_x$  et  $t_y$ .

Dans le graphique suivant, on a supposé que  $t_x$  est relativement plus importante que  $t_y$ .



Posons-nous la question comment il faudrait agencer  $t_x$  et  $t_y$  pour que le prix relatif ne change pas.

Pour que tel soit le cas, l'égalité suivante doit être réalisée :

$$\begin{aligned} \frac{p_x}{p_y} &= \frac{p_x + t_x}{p_y + t_y} \\ \Rightarrow p_x \cdot t_y &= p_y \cdot t_x \\ \Rightarrow \frac{t_x}{p_x} &= \frac{t_y}{p_y} \\ \text{ou} \quad \frac{p_x}{p_y} &= \frac{t_x}{t_y} \end{aligned}$$

Cette relation nous dit que le rapport des prix hors taxe doit être égal au rapport des taxes ou autrement que les taxes doivent être proportionnelles, le facteur de proportionnalité étant le prix relatif avant taxes.

Exprimé encore autrement, une taxe sur un bien, disons  $t_x$ , doit être proportionnelle à  $t_y$ , le facteur de proportionnalité étant  $\frac{p_x}{p_y}$  :

$$t_x = \frac{p_x}{p_y} \cdot t_y$$

Si  $t_x = t_y$ , cette condition n'est pas remplie sauf si au départ on a  $p_x = p_y$ .

Prenons un exemple numérique.

Supposons que  $p_x = 10$  et  $p_y = 5$ . Pour qu'il n'y ait pas de variation du prix relatif, il faut que  $\frac{t_x}{t_y} = \frac{p_x}{p_y} = 2$ , c'est-à-dire il faut (comme  $p_x$  est le double de  $p_y$ ) que  $t_x$  soit le double de  $t_y$ .

On peut en écrivant l'identité  $p_x^c \equiv p_x^p + t_x$  définir le coin fiscal (absolu) comme :

$$t_x \equiv p_x^c - p_x^p$$

En l'occurrence de par notre hypothèse de répercussion totale de  $t_x$  sur le prix au consommateur :

$$p_x^c = p_x + t_x$$

et

$$t_x = p_x^c - p_x$$

De même  $t_y = p_y^c - p_y$

Dans le même ordre d'idées, notons que l'on peut définir pour chacun des deux biens le « *coin fiscal relatif* » comme :

$$\frac{p_x^c - p_x^p}{p_x^p}$$

Cela donne en l'occurrence :

$$\frac{(p_x + t_x) - p_x}{p_x} = \frac{t_x}{p_x}$$

$$\frac{(p_y + t_y) - p_y}{p_y} = \frac{t_y}{p_y}$$

Si on définit  $t_x$  et  $t_y$  tel que  $\frac{t_x}{t_y} = \frac{p_x}{p_y}$ , alors le rapport des deux coins fiscaux relatifs est égal à 1 :

$$\frac{\frac{t_x}{p_x}}{\frac{t_y}{p_y}} = \frac{t_x}{t_y} \cdot \frac{p_y}{p_x}$$

$$= \frac{t_x}{t_y} \cdot \frac{t_y}{t_x}$$

$$= 1$$

Donc, dans pareil cas, les deux coins fiscaux relatifs sont égaux.

Autrement dit :

$$\frac{p_x^c - p_x^p}{p_y^c - p_y^p} = \frac{t_x}{t_y} = \frac{p_x}{p_y}$$

Le rapport des coins fiscaux absolus est égal au prix relatif hors taxes.

Si  $t_x$  et  $t_y$  sont agencées tel qu'il n'y a pas d'effet prix relatif, ce qui revient à assurer que le coin fiscal relatif est égal à 1, alors les deux taxes  $t_x$  et  $t_y$  sont équivalentes à une taxe dite forfaitaire, qui se définit précisément comme une taxe comme ne créant pas de coin fiscal qui ferait que le prix relatif au consommateur soit différent du prix relatif au producteur, donc aux coûts marginaux relatifs.

Cela nous permet de conclure que si l'on introduit des taxes unitaires  $t_x$  et  $t_y$  mais que l'on les fixe de la sorte à ce que leur introduction n'entraîne pas d'effet prix relatif  $\left( \frac{t_x}{t_y} = \frac{p_x}{p_y} \right)$ , il se crée certes pour chaque bien un coin fiscal mais les coins fiscaux relatifs sont égaux.

Pour terminer, utilisons les résultats ci-dessus pour introduire une notation quelque peu différente que l'on trouve dans la littérature.

Définissons les prix taxes comprises, avec  $\alpha > 1$ , comme :

$$p_x^c = \alpha \cdot p_x^p$$

$$p_y^c = \alpha \cdot p_y^p$$

Nous savons d'après ce qui précède qu'un tel système de taxes spécifiques où  $t_x = (\alpha - 1) \cdot p_x^p$  (puisque  $p_x^p + t_x = \alpha \cdot p_x^p$ ) et  $t_y = (\alpha - 1) \cdot p_y^p$  ne génère pas d'effet prix relatif.

On peut alors écrire la recette fiscale T comme :

$$T = (\alpha - 1) \cdot p_x^p \cdot x + (\alpha - 1) \cdot p_y^p \cdot y$$

Par ailleurs, on a :

$$\alpha \cdot p_x^p \cdot x + \alpha \cdot p_y^p \cdot y = R$$

d'où

$$\begin{aligned} p_x^p x + p_y^p \cdot y &= \frac{R}{\alpha} \\ &= R - \left( \frac{\alpha - 1}{\alpha} \right) \cdot R \end{aligned}$$

L'impôt on peut donc également l'écrire comme :

$$\begin{aligned} T &= R - \frac{R}{\alpha} \\ &= R \cdot \left( 1 - \frac{1}{\alpha} \right) \\ &= \left( \frac{\alpha - 1}{\alpha} \right) \cdot R \end{aligned}$$

Si au moins un des biens (s'il y en a  $n > 1$ ) ne peut pas être taxé, étant non taxable, il n'est pas possible de mettre en place un système de taxes spécifiques qui ne crée pas de distorsion.

Autrement dit, si on veut réaliser une recette fiscale donnée  $\bar{T}$  et si on veut recourir à des taxes (spécifiques) sans générer d'effets prix relatifs, il faut pouvoir taxer tous les biens proportionnellement. Cette conclusion s'applique également à d'autres types de taxes sur les biens.

### 2.1.2.3.<sup>1</sup> QUELQUES PRECISIONS ET REMARQUES THEORIQUES

Nous venons de nous interroger et nous en ferons de même à plusieurs reprises encore, s'il est possible et si oui à quelle condition que l'introduction de taxes ne comporte pas un effet prix relatif.

Il est utile, à ce stade, en relation avec le pourquoi d'une telle interrogation, et au-delà, d'apporter un certain nombre de précisions conceptuelles et théoriques et de donner quelques définitions en relation avec des réflexions ou des concepts que nous allons rencontrer par après à plusieurs reprises.

---

<sup>1</sup> Cette section est à réécrire dans la mesure où il faut lier effet prix relatif, effet de substitution et coin fiscal (« *Steuerkeil* ») qui, tout que différents acteurs ne sont pas, pour un bien donné, confrontés au même prix, ce qui engendre des différences entre respectivement taux marginaux de substitution, taux marginaux de transformation ou entre taux marginaux de substitution et de transformation ou, moins techniquement, entre ce que l'un exige à la marge pour produire plus et ce que l'autre est prêt à donner, sacrifier à la marge, pour obtenir plus.

On parle d'effet prix relatif d'une taxe, si suite à l'introduction d'une taxe (ou, mutatis mutandis, suite à sa variation) le prix relatif du bien taxé augmente.

L'existence d'un tel effet prix relatif a une importance sur le plan théorique et sur le plan pratique de la politique fiscale.

Un effet prix relatif déclenche, à son tour et en règle générale, un effet dit de substitution au niveau des choix des agents économiques en ce sens que ces derniers confrontés, ceteris paribus, à la hausse du prix relatif du bien taxé ont tendance à substituer, dans une mesure plus ou moins prononcée, d'autres biens au bien (aux biens) devenu(s) relativement plus cher(s).<sup>1</sup>

Notons qu'en théorie l'effet de substitution est défini – on le verra plus tard – par rapport à un niveau d'utilité (ou un revenu réel constant et donc non pas par rapport à la demande de Marshall mais par rapport à celle de Hicks). Il en résulte que même si l'on constate, suite à la variation du prix relatif liée à l'introduction d'une taxe, que la quantité achetée et consommée n'a pas changé, cela en principe ne signifie pas qu'il n'y a pas eu d'effet de substitution.

L'existence d'un effet de substitution se traduit par une perte de bien-être économique ou de surplus global de la société, perte appelée « *perte sèche* » ou « *deadweight loss* » de la taxe.

On affirme souvent dans la littérature qu'une taxe qui s'accompagne d'un effet de substitution et, partant, d'un deadweight loss est une taxe qui crée une distorsion. Une telle terminologie est acceptable à condition que l'on utilise la notion de « *distorsion* » dans son acceptation de la définition précédente et non pas à tort et à travers.

---

<sup>1</sup> En règle générale, l'effet de substitution est un effet à la marge, c'est-à-dire l'on ne passe pas de tout à rien (« *all or nothing* »), mais on assiste à une variation, égale à une fraction, du total.

Dans ce contexte, notons que l'on définit une 'taxe forfaitaire' (« *lump-sum tax* », « *Pauschalsteuer* ») comme une taxe qui n'a pas d'effet de substitution, et donc comme une taxe qui ne crée pas de deadweight loss,<sup>1</sup> <sup>2</sup> ce qui est le cas, premièrement, si la taxe ne crée pas de coin fiscal, c'est-à-dire si elle ne se traduit pas par une différence entre un prix au consommateur et un prix au producteur ou, deuxièmement, si on est en présence d'un système de taxes qui tout en créant un coin fiscal absolu ne porte toutefois pas à conséquences en ce sens que ce système de taxes est tel que le coin fiscal relatif est égal à 1 et, partant, que les prix relatifs avant et après taxes restent égaux.

A contrario, toute taxe qui s'accompagne d'une séparation entre prix (relatif) au consommateur et prix (relatif) au producteur n'est pas, selon la définition en question du terme, une taxe forfaitaire.

Notons ici qu'un effet de substitution, en règle générale, mais pas forcément, résulte d'un effet prix relatif.

En d'autres termes, comme toute taxe, à moins que l'on arrive à y échapper totalement réduit le montant disponible des agents économiques, l'on dit également qu'une taxe forfaitaire est une taxe qui a exclusivement un effet de revenu à l'exception de tout effet de substitution.<sup>3</sup>

Dans la théorie de la fiscalité, les impôts forfaitaires jouent un rôle important précisément parce qu'ils permettent de générer tout revenu considéré comme nécessaire ou souhaitable sans autre « *coût* » pour les acteurs économiques que le montant de la taxe transférée. Dans la pratique fiscale, ce type d'impôt ne joue quasiment aucun rôle pour les raisons évoquées ci-dessus.

---

<sup>1</sup> "Lump-sum taxes are defined as those that do not depend on any action of the individual: there is no way that he can change the tax liability. An example would be a poll tax in a country where there is no emigration or immigration. Note that, because individuals are worse off, even lump-sum taxes have an income effect on individual behaviour. (It is sometimes stated in textbooks that lump-sum taxes are those that have no effect on behaviour; the correct statement is that they have no substitution effect) The impact of a lump-sum tax is however a pure income effect, and we say that it is non-distortionary. All other taxes are distortionary, and the nature of the distortion is related to the difference between the effects of a given tax and a comparable (say, in revenue) lump-sum tax; it is only required that there is nothing the individual can do to change his liability. Thus a poll tax graduated according to rank, in a feudal or caste society, would be a lump-sum tax if ranks were immutable. (Most of the taxes actually employed by governments are not lump-sum; and the main role of the concept is as a standard for comparison)." *Lectures on Public Economics*, A.B. Atkinson and J.E. Stiglitz, McGraw-Hill, 1980, p. 28.

<sup>2</sup> Une taxe forfaitaire ne doit pas être nécessairement égale pour chaque contribuable. Théoriquement, l'on peut concevoir que l'on impose à différents contribuables des niveaux différents de taxes forfaitaires, et ceci en fonction de différences de caractéristiques (non influençables pour le moins à court ou moyen terme) propres aux contribuables (« *individuelle maßgeschneiderte Pauschalsteuern* »). Bev Dahlby, *The marginal cost of Public Finance*, MIT Press, 2008, p. 15, note: "Since by definition a taxpayer cannot influence the size of his lump-sum tax, it does not distort his behavior. A lump-sum tax only has an income effect – there is no substitution effect. Given the limited information that governments have about taxpayer's preferences and opportunities to earn income, lump-sum taxes cannot be based on each taxpayer's potential economic well-being. Consequently, feasible lump-sum taxes must be more or less uniform across taxpayers. Governments tend to stay away from lump-sum taxes because they are regressive."

<sup>3</sup> Un effet prix relatif n'entraîne pas forcément un effet de substitution et un effet de substitution n'est pas forcément déclenché exclusivement par un effet prix relatif. Dans ce qui suit, et sauf mention contraire, nous ignorons cette nuance et considérons que tout effet prix relatif donne lieu à un effet de substitution toute comme nous considérons que tout effet de substitution a sa source dans un effet prix relatif.

Ceci dit, il reste que le concept de taxe forfaitaire est important. Il constitue un « *benchmark* », une « *référence* » pour l'analyse des impacts respectifs de certains impôts<sup>1</sup>, et il arrive que d'aucuns en concevant les impôts évaluent, pour le moins implicitement, les conséquences d'efficience de ces derniers par rapport à un impôt forfaitaire hypothétique.

### Exercices

- (i) Cherchez à analyser et à comprendre, à la lumière de vos connaissances de théorie économiques, l'affirmation ci-après, que l'on trouve, à des différences de forme près, dans de très nombreux livres de théorie économique :

*„Die zwei Hauptsätze [der Wohlfahrtsökonomie] etablieren einen beeindruckenden Zusammenhang zwischen Markt und Effizienz. Unabhängig von der Verteilung der Anfangsausstattung bewerkstelligt eine ideale Marktwirtschaft eine Pareto-effiziente Allokation; jede Pareto-effiziente Allokation entspricht dem Gleichgewicht einer idealen Marktwirtschaft mit einer bestimmten Verteilung der Anfangsausstattung.*

*Die zwei Hauptsätze der Wohlfahrtsökonomie gelten unter gewissen Bedingungen. Sind diese Bedingungen erfüllt, so ist der finanzpolitische Aufgabenbereich der öffentlichen Hand klar definiert: der Staat braucht nur die Verteilung der Anfangsausstattung zu ändern, um die gewünschte Pareto-effiziente Allokation zu erreichen – ansonsten sollten sich die Marktkräfte voll entfalten dürfen.*

*Um die passende Umverteilung der Anfangsausstattung herbeizuführen, könnte sich der Staat individuell maßgeschneiderter Pauschalsteuern und Pauschalsubventionen bedienen. Diese legen für jeden Konsumenten einen Betrag fest, der nicht durch individuelles Verhalten in seiner Höhe vermeidbar ist. Insbesondere sollte das distributive Ziel der öffentlichen Hand nicht dadurch verfolgt werden, daß der Staat „gerechte Preise“ oder „gerechte Löhne“ herbeizuführen versucht, da nach dieser Sichtweise nicht die Preise oder Löhne „ungerecht“ sind, sondern allenfalls die Anfangsausstattung der Haushalte.“ (Giacomo Corneo, *Öffentliche Finanzen, Ausgabenpolitik*, 3. Auflage, Siebeck, 2009, p. 20)*

- (ii) Analysez l'affirmation ci-dessus en relation avec la problématique des défaillances du marché („*Marktversagen*“), liées à leur tour à l'existence p.ex. de biens publics purs, d'externalités, d'informations asymétriques et celle des défaillances des procédures de décision politique (« *Politikversagen* »). (cf. p.ex. notre cours d'Initiation au raisonnement microéconomique et à l'Analyse économique du Droit)

---

<sup>1</sup> Utilisez comme référence, comme d'aucuns le font, un monde sans impôt(s) n'est pas seulement irréaliste mais est également un exercice théorique à la limite de l'utilité et, partant, futile.

(iii) Commentez le texte ci-après:

*“The taxes and transfers must be non distorting, meaning that they do not introduce any inefficiencies into an economy.*

*The properties that make a tax or transfer non-distorting can be expressed in a number of ways:... if it allows the economy to remain on the utility possibilities frontier... [if] it permits all the Pareto-optimal conditions to hold that bring the economy to its utility possibility frontier... [if] it allows all agents to face the same prices for the same goods and factors. These are three equivalent ways of defining a non-distorting tax or transfer... How can the government design its taxes and transfers so that they are non-distorting? The answer is that they must be lump-sum meaning that the amount of tax paid or transfer received cannot be changed by any economic decision that an individual or a firm might make in reaction to the tax or transfer.”*  
(Richard Tresch, Public Sector Economics, p. 83)

### 2.1.3. Introduction de taxes ad valorem

#### 2.1.3.1. INTRODUCTION D'UNE TAXE AD VALOREM SUR UN BIEN

L'introduction d'une taxe ad valorem  $t_x$  fait que:

$$p_x \cdot (1 + t_x) \cdot x + p_y \cdot y = R$$

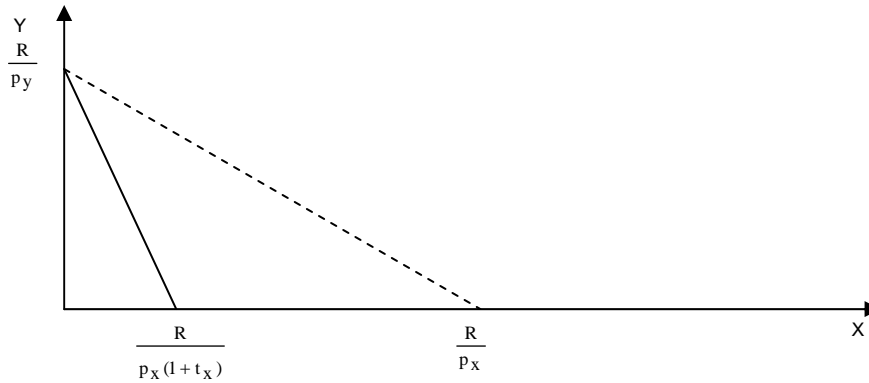
Cette dernière équation de façon identique s'écrit:

$$p_x \cdot x + t_x \cdot p_x \cdot x + p_y \cdot y = R$$

On a:

$$y = \frac{R}{p_y} - \frac{p_x(1+t_x)}{p_y} \cdot x$$

Graphiquement :



### 2.1.3.2. INTRODUCTION DE TAXES AD VALOREM SUR CHACUN DES BIENS

Si on introduit sur chaque bien une taxe ad valorem, on a :

$$p_x \cdot (1 + t_x) \cdot x + p_y \cdot (1 + t_y) \cdot y = R$$

Pour que le prix relatif ne change pas suite à l'introduction des taxes ad valorem, il faut que:

$$\frac{p_x}{p_y} = \frac{p_x \cdot (1 + t_x)}{p_y \cdot (1 + t_y)}$$

$$\Rightarrow t_x = t_y$$

Contrairement aux taxes spécifiques, pour les taxes ad valorem, il faut une égalité des taux.

Les coins fiscaux respectifs sont  $p_x \cdot t_x$  et  $p_y \cdot t_y$  tandis que les coins fiscaux relatifs respectifs sont :

$$\frac{p_x \cdot (1 + t_x) - p_x}{p_x} = t_x$$

$$\frac{p_y \cdot (1 + t_y) - p_y}{p_y} = t_y$$

Si on fixe les deux taxes ad valorem tel qu'il n'y a pas d'effet prix relatif, donc tel que  $t_x = t_y$ , on a également que les deux coins fiscaux relatifs sont égaux.

Notons finalement que l'on peut écrire la contrainte budgétaire en présence de taxes ad valorem identiques  $t_x=t_y=t_c$  comme :

$$P_x \cdot (1 + t_c) \cdot x + P_y \cdot (1 + t_c) y = R$$

$$P_x \cdot x + P_y \cdot y = R - t_c \cdot P_x \cdot x - t_c \cdot P_y \cdot y$$

$$P_x \cdot x + P_y \cdot y = R - t_c \cdot (P_x \cdot x + P_y \cdot y)$$

Cette expression montre qu'une taxe indirecte uniformisée est équivalente à une taxe proportionnelle sur les dépenses de consommation qui serait prélevée dans le chef des consommateurs sur la base d'une déclaration fiscale reprenant la consommation.<sup>1</sup>

### Exercice

Discutez également, sur la base des réflexions de l'unité 1, le pour et le contre de taux de TVA différents. Reprenez cette question une fois étudiée toute l'unité 2.

#### 2.1.4. Liens entre taxes spécifiques et taxes ad valorem

L'on peut s'interroger quel serait l'équivalent d'une taxe spécifique  $t_x$  en termes de taxe ad valorem  $t'_x$  et vice-versa.

Pour que tel soit le cas, il faut que :

$$p_x + t_x = p_x \cdot (1 + t'_x)$$

$$p_x + t_x = p_x + p_x \cdot t'_x$$

Il en résulte que :

$$\text{ou } t_x = p_x \cdot t'_x \quad (i)$$

$$t'_x = \frac{t_x}{p_x} \quad (ii)$$

L'expression (i) nous dit que la taxe unitaire  $t_x$  sur le bien X doit être telle que le montant par unité physique qui la définit soit égal au montant découlant de l'application d'une taxe ad valorem  $t'_x$  au prix  $p_x$  de ce bien X.

Soit un exemple numérique.

---

<sup>1</sup> comme différence entre revenu et épargne, cette dernière étant absente dans le modèle de ce titre (cf. titre VI).

Si  $p_x=20$  et  $t'_x=40\%$ , une taxe unitaire équivalente  $t_x$  devrait être telle que  $t_x=0,4 \cdot 20=8$ .

L'expression (ii) nous dit que la taxe ad valorem  $t'_x$  sur un bien X doit être telle que le pourcentage qui la définit doit être égal à la fraction de la taxe unitaire  $t_x$  dans le prix  $p_x$ .

Soit un exemple numérique.

Si  $p_x=16$  et si  $t_x=4$ , alors une taxe ad valorem  $t'_x$  équivalente à la taxe unitaire devrait être telle que  $t'_x = \frac{4}{16} = 0,25 = 25\%$ .

En résumé, comme la taxe spécifique  $t_x$  est égal à autant d'unités monétaires par unité physique et que la taxe ad valorem est de  $t'_x \cdot p_x$  unités monétaires par unité physique, les deux taxes sont égales par unité physique si :

$$t_x = t'_x \cdot p_x \text{ ou } t'_x = \frac{t_x}{p_x} .$$

Notons pour terminer que ni une taxe ad valorem, ni une taxe spécifique sont bornées vers le haut.

Techniquement, rien n'empêche qu'une taxe ad valorem soit p.ex. de 100% ou de 1000% ou d'un pourcentage encore supérieur, tout comme une taxe spécifique  $t_x$  peut être supérieur à  $p_x$ . En écrivant p.ex.  $t_x = n \cdot p_x$ ,  $n$  peut être n'importe quel nombre  $> 0$ .

Si, techniquement, il n'existe pas de limite, il en existe bien-sûr une limite économique (et de divisibilité d'un bien<sup>1</sup>).

Par ailleurs, si le prix d'un bien, pour raison d'inflation ou autre, varie, la recette d'une taxe ad valorem « *automatiquement* » varie avec le prix tandis que pour une taxe unitaire tel n'est pas le cas.

## 2.1.5. Inflation et taxes

### 2.1.5.1. IMPACT DE L'INFLATION SUR LES RECETTES FISCALES NOMINALES ET REELLES

Supposons qu'il y ait inflation au taux de  $g$ .

---

<sup>1</sup> Soit la contrainte  $100 = (10 + t_x) \cdot x + 5 \cdot y$ . Si  $y=0$ , on a  $x = \frac{100}{10 + t_x}$ . Si  $t_x$  augmente, on a  $\lim_{t_x \rightarrow \infty} \frac{100}{10 + t_x} = 0$ .

Aucun bien n'est, en principe, indéfiniment divisible.

En présence d'une taxe spécifique  $t_x$ , on aura un prix après inflation de :

$$p_x \cdot (1 + g) + t_x$$

La recette fiscale est  $t_x \cdot x$ .

Force est de constater qu'elle ne change pas avec l'inflation étant donné que le taux spécifique est fixé discrétionnairement à autant d'unités monétaires par unité physique.

La taxe réelle unitaire  $\left(\frac{t_x}{p_x}\right)$  va forcément diminuer et donc le montant réel perçu par l'Etat, le montant nominal restant constant car n'augmentant pas avec l'inflation.

Il en est différemment avec une taxe ad valorem où l'on aura :

$$\begin{aligned} & p_x \cdot (1 + g) \cdot (1 + t_x) \\ &= (p_x + p_x \cdot g) \cdot (1 + t_x) \\ &= p_x + p_x \cdot g + p_x \cdot t_x + p_x \cdot g \cdot t_x \end{aligned}$$

La recette fiscale nominale avant inflation est  $T = t_x \cdot p_x \cdot x$  et elle devient avec inflation  $T = t_x \cdot p_x \cdot (1 + g) \cdot x$ . En termes réels, elle ne change pas.

Dans la mesure où la taxe ad valorem est une taxe en pour cent du prix hors taxe, si ce dernier augmente de par l'inflation, la taxe ad valorem elle s'applique sur le prix hors taxe augmenté de l'inflation, et donc, à son tour, augmente avec l'inflation. La recette fiscale réelle reste constante.

### Exercices :

- (i) Précisez cette analyse en distinguant entre  $p_c$  et  $p_p$ .
- (ii) Nous avons affirmé qu'en présence d'une taxe spécifique et s'il y a un taux d'inflation  $g$ , on a  $p_x \cdot (1 + g) + t_x$ . Serait-il possible que le prix au consommateur devienne  $(p_x + t_x) \cdot (1 + g)$  sans que l'Etat n'ajuste  $t_x$  à l'inflation ?

### 2.1.5.2. INFLATION ET INDEXATION

Interrogeons-nous maintenant ce que l'on peut dire dans un système d'indexation du revenu.

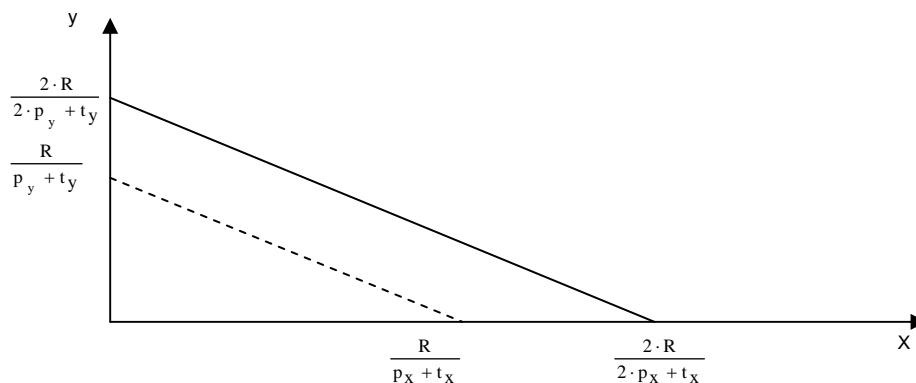
Supposons que les prix  $p_x$  et  $p_y$  augmentent de 100% et que le revenu soit ajusté vers le haut du même pourcentage.

Donc :

$$2 \cdot R = (2 \cdot p_x + t_x) \cdot x + (2 \cdot p_y + t_y) \cdot y$$

$$2 \cdot R = 2 \cdot p_x \cdot x + 2 \cdot p_y \cdot y + t_x \cdot x + t_y \cdot y$$

Si on n'indexe pas  $t_x$  et  $t_y$ , on a une baisse réelle des taxes et donc un déplacement vers la droite de la contrainte budgétaire.



Donc, comme la charge fiscale réelle diminue, le champ des possibilités de consommation du consommateur s'élargit.

Avec une taxe ad valorem, on a :

$$2 \cdot R = 2 \cdot p_x \cdot (1 + t_x) + 2 \cdot p_y \cdot (1 + t_y)$$

Au niveau de la contrainte budgétaire, cette fois-ci rien ne change, toutes les variations étant indexées, la taxe ad valorem l'étant implicitement, de par son caractère de pourcentage du prix hors taxe.

Du point de vue de l'évolution et de la prévisibilité des recettes fiscales de l'Etat, une taxe ad valorem est préférable à une taxe spécifique.<sup>1</sup>

### Exercice

Analysez la validité des affirmations ci-après :

- (i) « *Introduire une taxe ad valorem ou augmenter une telle taxe est source d'inflation.* »

<sup>1</sup> On pourrait régulièrement ajuster les taxes spécifiques en fonction de l'inflation, ce qui nécessiterait un acte législatif ou réglementaire, selon le cas. Il s'avère qu'en pratique, les taxes spécifiques ne sont pas régulièrement ajustées à l'inflation et donc ont tendance, en période d'inflation, à diminuer en termes réels et si elles sont ajustées à des intervalles irréguliers, cela se fait le plus souvent sans tenir compte de la totalité de l'inflation cumulée depuis le dernier ajustement.

- (ii) « Une taxe ad valorem a l'avantage d'évoluer avec l'inflation, et partant, de rester constante en termes réels. »
- (iii) « Toute taxe qui est conçue de la sorte à évoluer au rythme de l'inflation est inflationniste. »

### 2.1.6. Combinaison des deux types de taxes

On peut également concevoir qu'à un même bien il s'applique à la fois une taxe spécifique et une taxe ad valorem pour que :

$$(p_x + t_x) \cdot (1 + t'_x)$$

Dans ce cas, l'on aurait une taxe spécifique  $t_x$  qui s'ajoute au prix hors taxe, avec, de surcroît, une taxe ad valorem qui s'applique au prix taxe spécifique comprise.

En développant cette expression, on obtient :

$$p_x + t_x + t'_x \cdot p_x + t'_x \cdot t_x$$

Le quatrième terme de cette dernière expression est particulièrement intéressant parce qu'il nous montre que dans pareil cas l'on va, en quelque sorte, prélever une taxe, la taxe ad valorem sur une autre taxe, la taxe spécifique<sup>1</sup>.

#### Exercices :

- (i) Ecrivez la formule pour le cas où  $t'_x$  ne s'applique pas à  $t_x$ .
- (ii) Soit le cas (i) avec deux biens. Comment faut-il agencer les taxes pour qu'il n'y ait pas d'effet prix relatif ?

## 2.2. Introduction d'un impôt sur le revenu

L'on peut également concevoir un impôt sur le revenu  $R$ , sous forme d'un montant forfaitaire, sous forme d'un taux proportionnel ou sous forme d'un taux progressif.

---

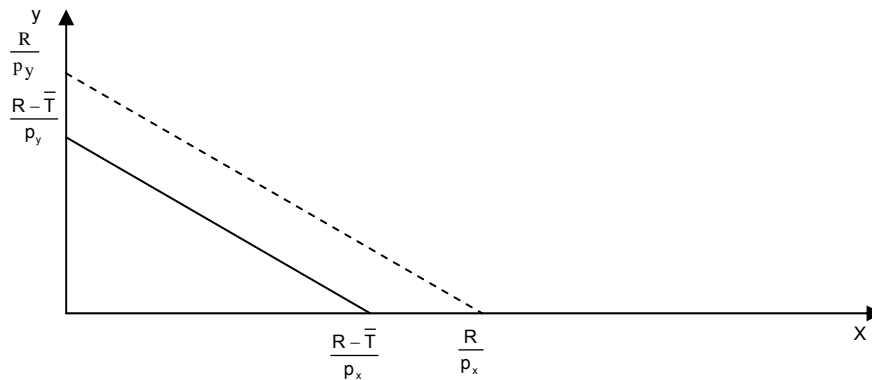
<sup>1</sup> Tel est le cas en pratique pour les biens comme les huiles minérales, auxquels l'on applique une taxe spécifique, dite accise, avec en sus une application d'un taux de TVA au prix accise comprise.

### 2.2.1. Montant forfaitaire

Supposons que l'Etat impose un impôt forfaitaire<sup>1</sup>  $T = \bar{T}$ .

Alors :

$$p_x \cdot x + p_y \cdot y = R - \bar{T}$$



### 2.2.2. Impôt proportionnel

Avec un taux proportionnel  $t$  ( $0 < t < 1$ ) sur le revenu, on a un impôt de :

$$T = t \cdot R$$

et partant, la contrainte budgétaire s'écrit :

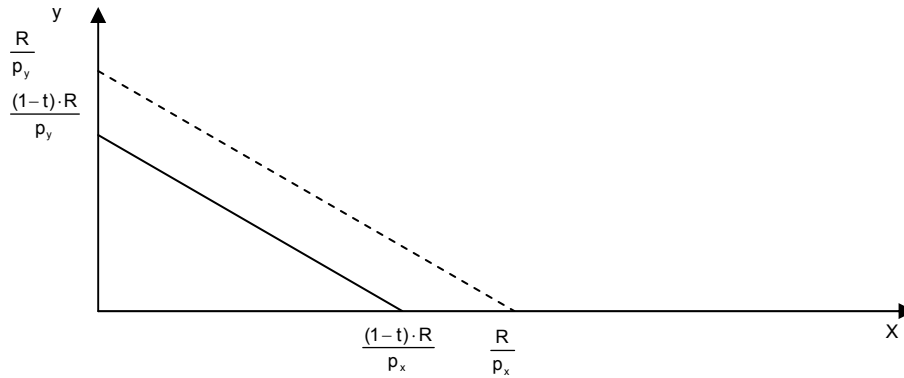
$$p_x \cdot x + p_y \cdot y = R - t \cdot R$$

$$y = \frac{(1-t) \cdot R}{p_y} - \frac{p_x}{p_y} \cdot x$$

---

<sup>1</sup> Dans ce modèle, où  $R$  est exogène, il n'y a pas de différence entre un impôt sur le revenu défini comme un montant forfaitaire et un impôt forfaitaire.

Graphiquement, l'on obtient :

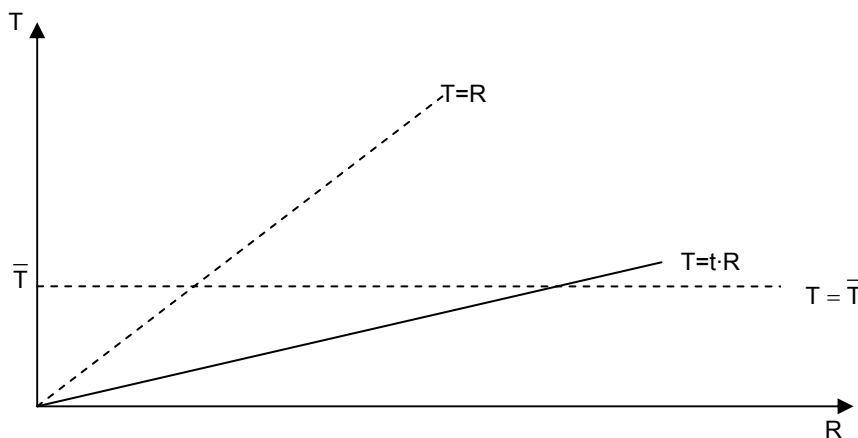


Nous notons que pour un revenu donné, un impôt forfaitaire de  $\bar{T}$  tout comme un impôt sur le revenu proportionnel n'affectent pas le prix relatif et de plus ils sont égaux en termes de charge fiscale si  $t \cdot R = \bar{T}$ , soit si  $t = \frac{\bar{T}}{R}$ .

Ceci dit, ce résultat pour un individu n'est vrai que si le revenu de ce dernier ne change pas, ce qui comporte entre autres qu'il n'a pas le choix entre travail et loisir, hypothèse héroïque et pour la collectivité n'est vrai que si les différents individus ont le même revenu et que ce dernier ne change pas.

Il ne sert à rien, à ce stade, de développer ces réflexions, le modèle étant sous ces aspects trop faible.

Si le revenu varie, l'impôt total évolue comme suit par comparaison à un impôt forfaitaire  $T = \bar{T}$  :



### 2.2.3. Impôt progressif

Supposons maintenant que l'impôt sur le revenu  $R$  soit déterminé selon le barème suivant :

| tranche de revenu | taux marginal de tranche |
|-------------------|--------------------------|
| $0 - \bar{R}$     | 0%                       |
| $\bar{R} -$       | $t\%$                    |

Il en résulte que si le revenu  $R$  est inférieur ou égal à  $\bar{R}$ , aucun impôt n'est dû dans la mesure où  $R$  est imposé à un taux de 0%.

En revanche, si  $R$  est supérieur à  $\bar{R}$ , la partie du revenu dépassant  $\bar{R}$  est imposable au taux  $t$ .

On peut exprimer le même tarif en disant que  $\bar{R}$  est le revenu minimum exonéré et qu'il s'applique un taux de  $t\%$  sur la partie du revenu  $R$  dépassant le revenu minimum exonéré.<sup>1</sup>

Cette distinction entre un revenu minimum exonéré et l'application d'un taux zéro sur une première tranche de revenu allant de 0 jusqu'à un seuil  $\bar{R}$  peut avoir une certaine importance dans le droit fiscal et pourrait être relevante dans des modèles économiques plus sophistiqués. Pour nos besoins, elle est immatérielle et, en règle générale, nous parlons d'un revenu minimum exonéré.<sup>2</sup>

Plus formellement, au niveau de l'impôt, on a :

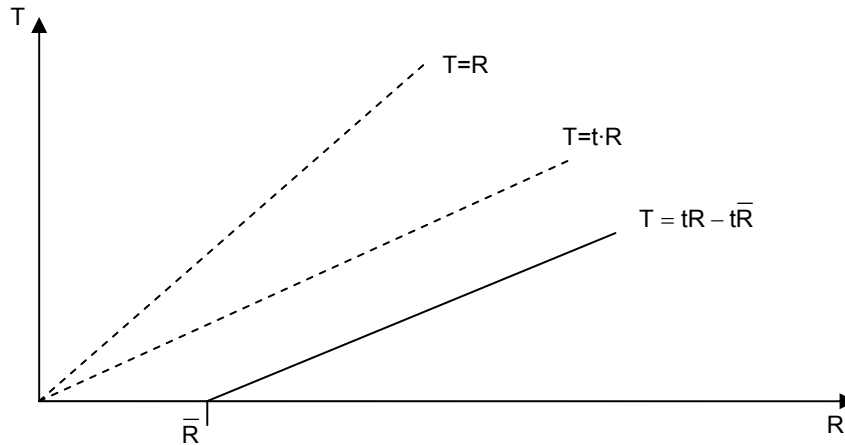
- si  $R \leq \bar{R}$ ,  $T = 0$  puisque  $T = 0\% \cdot R$
- si  $R > \bar{R}$ ,  $T = t \cdot (R - \bar{R}) = t \cdot R - t \cdot \bar{R}$

---

<sup>1</sup> Il est important de noter ici que dans notre terminologie, l'existence d'un revenu minimum exonéré ne signifie pas que si le revenu est supérieur à ce dernier, l'ensemble du revenu est alors imposable. Cela signifie que c'est la partie du revenu dépassant ce dernier qui est imposable.

<sup>2</sup> On aurait encore pu préciser que, mutatis mutandis, cela s'applique également à l'existence d'un abattement, se définissant comme une déduction du revenu avant qu'il ne soit imposé.

Graphiquement :

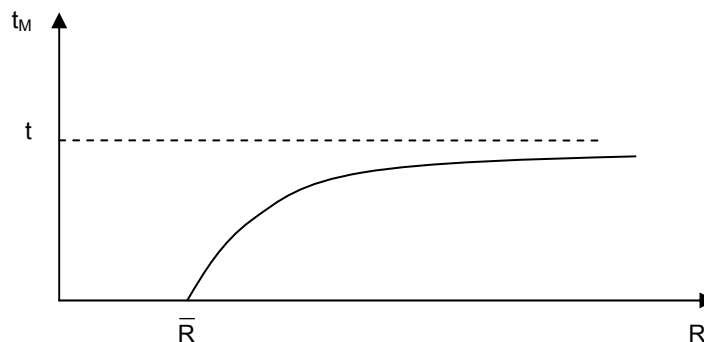


Sur le plan du taux moyen,  $t_M$ , on a :

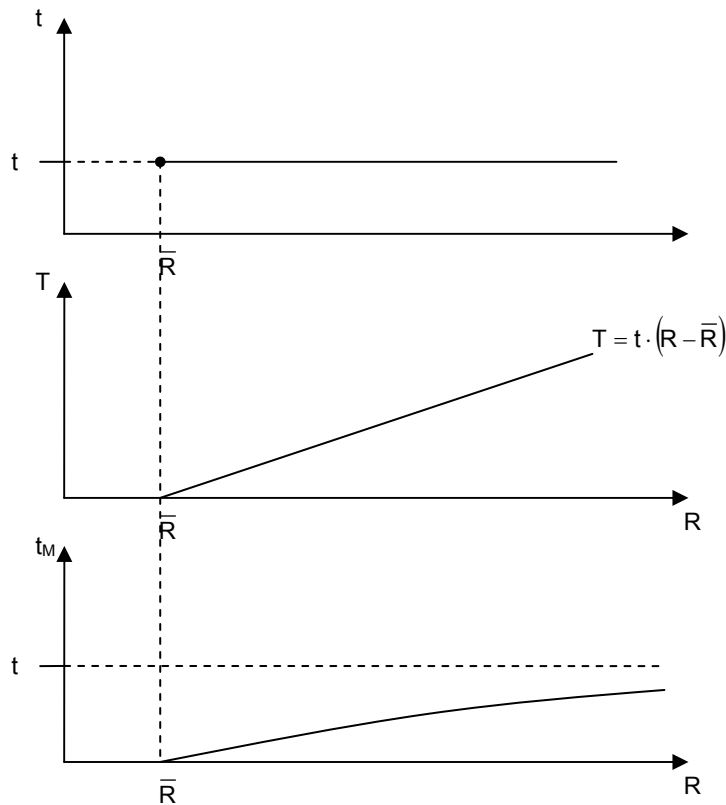
- si  $R \leq \bar{R}$ ,  $t_M = 0$
- Si  $R > \bar{R}$ ,  $t_M = \frac{t \cdot R}{R} - \frac{t \cdot \bar{R}}{R} = t - t \cdot \frac{\bar{R}}{R}$

Un tel impôt est dit progressif parce que le taux d'imposition moyen est croissant comme il relève des équations ci-dessus et comme on peut le voir dans le graphique ci-après.

Il arrive que l'on qualifie ce tarif d'indirectement progressif étant donné que la progressivité découle exclusivement respectivement d'un taux zéro ou, de façon équivalente, d'un revenu minimum exonéré et non pas de deux ou de plus de taux marginaux positifs croissants.



En reprenant les graphiques respectifs du taux marginal, du taux moyen et de l'impôt total, on a :



Un taux d'imposition progressif dans ce modèle statique et atemporel avec un revenu exogène n'est pas structurellement différent du taux proportionnel dans la mesure où la contrainte budgétaire va se déplacer parallèlement vers l'intérieur, et ceci d'autant plus que le taux moyen d'imposition est élevé.

En revanche, tel n'est pas le cas dans une optique où le revenu varie.

Supposons que le revenu nominal double.

Dans ce cas, l'impôt lui va également changer pour passer à :

$$T' = t \cdot (2 \cdot R - \bar{R}) = 2 \cdot t \cdot R - t \cdot \bar{R} > 2 \cdot t \cdot (R - \bar{R})$$

Donc, l'impôt fait plus que doubler, ce qui n'est pas le cas avec un impôt forfaitaire, qui reste fixe (sauf changement discrétionnaire), ou avec un impôt proportionnel qui va doubler si le revenu double.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Il est renvoyé à l'unité 4 pour une analyse beaucoup plus détaillée des caractéristiques et propriétés des tarifs d'impôts et plus particulièrement de celles des tarifs progressifs.

Un impôt sur le revenu ne change pas le prix relatif. Toutefois, si cette conclusion est intéressante, elle n'est pas généralisable au cas où le revenu devient endogène.

### Exercices

- (i) Analysez un impôt sur le revenu où on a que l'impôt est nul si  $R \leq \bar{R}$  et que si  $R > \bar{R}$ , l'impôt  $\tilde{T} = t \cdot R$ . (On appelle un tel tarif « *Tarif mit Freigrenze* » par opposition au « *Tarif mit Freibetrag* » ci-dessus.)

Montrez que ce tarif peut avoir un effet pervers consistant dans le fait que l'on peut avoir pour deux individus que  $R_1 > R_2$  mais que  $R_1 - T_1 < R_2 - T_2$ . (On désigne cette problématique par « *Reihenfolgeumkehr* ».)

- (ii) Analysez l'affirmation suivante :

« *Le taux moyen d'imposition a un impact redistributif sauf s'il influence des choix discrets entre « faire » ou « ne pas faire » tandis que le taux marginal a un impact incitatif et donc allocatif.* »

- (iii) Dégagez la condition à laquelle le tarif  $T_1$  avec une tranche à taux 0 suivi d'une tranche illimitée au taux marginal de  $t$  est équivalent à un tarif  $T_2$  se caractérisant par le fait que le taux  $t$  s'applique à l'ensemble du revenu, le contribuable ayant toutefois un crédit d'impôt.

2.2.4. Lien entre impôt sur le revenu d'une part et taxes ad valorem et spécifiques de l'autre

Une question intéressante est de savoir si l'on peut trouver des taxes ad valorem ayant un effet équivalent à l'impôt sur le revenu qui, ici, est de nature forfaitaire. A cette fin, l'équation suivante doit être respectée :

$$\begin{aligned} R &= p_x \cdot (1 + t) \cdot x + p_y \cdot (1 + t) \cdot y \\ &= (1 + t) \cdot (p_x \cdot x + p_y \cdot y) \end{aligned}$$

$$\frac{R}{1+t} = p_x \cdot x + p_y \cdot y$$

D'où:

$$R - T = \frac{R}{1+t}$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow T &= R - \frac{R}{1+t} \\
 &= \frac{R + R \cdot t - R}{1+t} \\
 &= \frac{t}{1+t} \cdot R \\
 &= t_R \cdot R
 \end{aligned}$$

Donc, on a une équivalence entre une taxe ad valorem égale à  $t$  sur les biens  $x$  et  $y$  (de façon plus générale sur tous les biens s'il y en a plus que deux) et un impôt sur le revenu au taux proportionnel  $t_R$  égal à  $\frac{t}{1+t}$ , ou, ce qui revient au même, une équivalence entre un impôt sur le revenu  $t_R$  et une taxe ad valorem de  $t = \frac{t_R}{1-t_R}$ .

Dans ce modèle, on a une équivalence structurelle entre :

- taxe forfaitaire  $T$  ;
- taxe sur le revenu  $t \cdot R$  ;
- taxe ad valorem ;
- taxe spécifique.

### Exercices

- (i) Montrez que l'on peut de même trouver une équivalence entre, d'un côté, une taxe spécifique sur les biens  $X$  et  $Y$ , à condition que les taxes spécifiques satisfont à la caractéristique que  $\frac{t_x}{p_x} = \frac{t_y}{p_y}$  et, de l'autre côté, un impôt proportionnel,  $t$ , sur le revenu avec alors  $t = \frac{t_x}{p_x + t_x} = \frac{t_y}{p_y + t_y}$ .
- (ii) Refaites les analyses de la section 2 en supposant que le consommateur puisse consommer trois biens  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ , et dont les prix respectifs sont  $p_x > 0$ ,  $p_y > 0$  et  $p_z > 0$ , la contrainte budgétaire étant donc :  $R = p_x \cdot x + p_y \cdot y + p_z \cdot z$ .
- (iii) En anticipation du titre VI, réfléchissez à la problématique suivante. Un agent vit deux périodes. En première période, il reçoit un salaire réel égal à 100 unités du bien  $X$ . Il épargne 40%. En deuxième période, il

ne travaille pas et consomme son épargne augmenté du taux d'intérêt de 50% sur cette dernière, c'est-à-dire il utilise son épargne, intérêts compris, pour consommer du bien X, dont le prix est égal à 1.

Comparez une taxe sur la consommation de 20% prélevée sur la consommation lors de chaque période avec une taxe de 20% sur le revenu du travail de la première période. Même question pour une imposition en première période du revenu du travail et en deuxième période de l'épargne et de l'intérêt. Même question si en deuxième période on n'impose que l'intérêt, le rendement de l'épargne. Quel principe d'imposition vous semble économiquement le plus approprié ?

- (iv) (a) Face à un impôt sur le revenu progressif préférez-vous obtenir un revenu 100 maintenant ou 50 maintenant et 50 l'année d'imposition suivante ? De quoi dépend votre réponse ?
- (b) Face à un même impôt sur le revenu progressif préférez-vous obtenir un revenu de 100 dans un pays ou obtenir 50 dans un pays A et 50 dans un pays B ? De quoi dépend votre réponse ?

### ***3. Un autre modèle. Dotation initiale.***

Nous allons supposer dans le modèle de cette section 3 que le consommateur dispose non pas d'un revenu nominal exogène R, mais d'une dotation initiale dans le bien X, avec  $x = \bar{x}$ .

Le prix de marché du bien X est  $p_x > 0$  et le prix de marché d'un deuxième bien Y est  $p_y > 0$ .

Le consommateur a le choix entre consommer la totalité de sa dotation  $\bar{x}$  ou d'en vendre tout ou partie pour se procurer du bien Y.

Dans ce dernier cas, il offre du bien X pour en contrepartie demander du bien Y.

Ecrivons  $x_c$  la quantité consommée de la dotation et  $x_v$  la partie vendue/offerte de cette dernière, de sorte que l'on a :

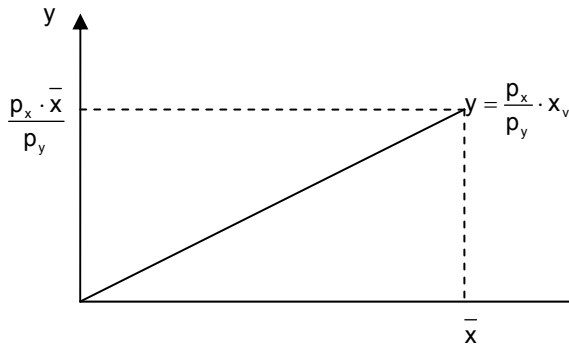
$$\bar{x} \equiv x_c + x_v$$

La contrainte budgétaire de ce consommateur peut s'exprimer de différentes façons, identiques.

Force est d'abord de constater que pour le consommateur, on a que la valeur de la quantité demandée du bien Y est égale à la valeur de la quantité offerte du bien X, soit :

$$p_x \cdot x_v = p_y \cdot y \quad (*)$$

Graphiquement, on obtient, en exprimant y en fonction de  $x_v$  :



Cette contrainte, en notant que  $x_v = \bar{x} - x_c$ , peut encore s'écrire :

$$p_x \cdot (x_c - \bar{x}) + p_y \cdot y = 0 \quad (**)$$

Cette expression nous dit que dans le chef du consommateur la somme des demandes nettes pour les biens X et Y inévitablement est nulle. Ainsi si  $y > 0$ ,  $x_c - \bar{x} < 0$ , soit  $x_v > 0$ .<sup>1</sup>

Finalement, on peut également obtenir, en remplaçant dans (\*)  $x_v$  par  $\bar{x} - x_c$  :

$$p_x \cdot (\bar{x} - x_c) = p_y \cdot y$$

$$p_x \cdot \bar{x} = p_x \cdot x_c + p_y \cdot y \quad (***)$$

Cette expression nous dit que la valeur de la consommation est égale à la valeur de marché de la dotation, cette dernière pouvant s'exprimer comme le montant nominal total que recevrait, pour son propre compte, le consommateur s'il vendait l'entièreté de sa dotation.

Nous pouvons exprimer y en fonction de  $x_c$ , ce qui nous donne :

$$y = \frac{p_x \cdot (\bar{x} - x_c)}{p_y}$$

<sup>1</sup> Il ne peut pas consommer une quantité x supérieure à sa dotation  $\bar{x}$  puisqu'il n'a pas le moyen de se procurer du bien X au-delà de sa dotation  $\bar{x}$ .

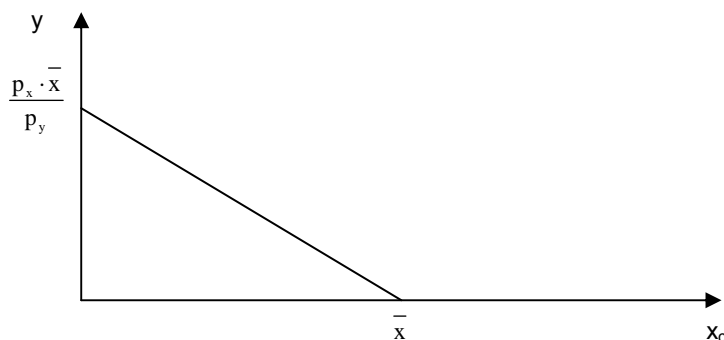
ou

$$y = \frac{p_x}{p_y} \cdot \bar{x} - \frac{p_x}{p_y} \cdot x_c$$

Le prix relatif est :

$$\left| \frac{dy}{dx_c} \right| = \frac{p_x}{p_y}$$

Graphiquement, cela donne :



Notons notamment que dans le modèle précédent du revenu exogène R, si les prix  $P_x$  et  $P_y$  varient proportionnellement, la contrainte budgétaire se déplace parallèlement tandis que dans ce modèle avec dotation  $(\bar{x}, 0)$ , non seulement le prix relatif ne change pas, mais, de surcroît, il n'y a pas de déplacement de la contrainte budgétaire. Si  $\bar{x}$  change, p.ex. augmente, la contrainte se déplace parallèlement vers l'extérieur.

Ce modèle préfigure le cas analysé dans le titre II et par extension dans le titre IV où la grandeur  $\bar{x}$  correspond à une dotation de temps, où la variable  $x$  correspond à la 'consommation' non marchande, sous forme de loisir, de ce temps et la grandeur  $(\bar{x} - x)$  correspond à l'affectation de ce temps à du non-loisir, du travail, qui est le moyen pour se procurer une certaine quantité du bien Y, donc pour une consommation marchande. Il préfigure également l'analyse du titre V de l'équilibre général.

Nous allons par la suite examiner différentes taxes dans le cadre de ce modèle.

Les taxes ci-après sont concevables :

- une taxe sur le bien Y ;
- une taxe sur la quantité consommée du bien X ;
- une taxe sur la quantité vendue du bien X ;

- une taxe forfaitaire ;
- une taxe sur la dotation initiale  $\bar{x}$ .

Avant de ce faire, une précision importante. L'introduction d'une taxe, disons spécifique, sur un bien aura pour conséquence, on l'a vu, qu'il y a lieu de distinguer entre le prix au consommateur,  $p^c$ , et le prix au producteur,  $p^p$ , la différence étant, par définition, la taxe, soit  $p^c \equiv p^p + t$  ou  $t \equiv p^c - p^p$ .

Dans ce qui suit, nous devons chaque fois faire une hypothèse de l'impact d'une taxe sur le prix respectivement du consommateur et du producteur du bien taxé.

### Exercice

Un agent dispose au départ de  $\bar{x}$  unités du bien X, avec  $\bar{x}=10$ . Il peut transformer le bien X en un bien Y d'après la fonction de production  $x=y$ . Admettez que X et Y sont deux biens normaux.

- (i) Tracez la contrainte budgétaire, qui, ici, est la frontière des possibilités de production de cet agent.

Quel est son revenu réel, en termes du bien X, en termes du bien Y, en termes d'une autre référence ?

- (ii) Admettez que l'agent ait choisi de consommer la combinaison (5 ;5). Maintenant supposez que la productivité augmente de sorte que l'on a  $y=2x$ . Tracez la nouvelle contrainte.

Quel est maintenant le revenu réel dans ses différentes définitions ?

- (iii) Trouvez la contrainte qui se caractériserait par le fait que  $\bar{x}$  serait tel qu'à la nouvelle productivité, le maximum du bien Y qu'il serait possible de produire serait égal à 10.

- (iv) Trouvez la contrainte qui permettrait, avec la nouvelle productivité, de réaliser tout juste la combinaison (5 ;5).

- (v) Représentez la contrainte initiale avec  $\bar{x}=10$  et  $y=x$ , la contrainte nouvelle avec  $\bar{x}=10$  et  $y=2x$ , la contrainte sub(iii) et la contrainte sub(iv) sur un même graphique.

- (vi) Supposez que suite à l'augmentation de la productivité et dans le contexte de la contrainte sub(iv) l'agent passe du panier (5 ;5) au panier (4 ;12). Comment peut-on qualifier la baisse de 1 unité (5-4) de la quantité consommée du bien X ?

- (vii) Montrez que suite à la hausse de la productivité et avec  $\bar{x}=10$  l'agent va choisir une combinaison se situant entre (2 ;16) et (7 ;6). Comment peut-on définir l'effet revenu ? Précisez-le.

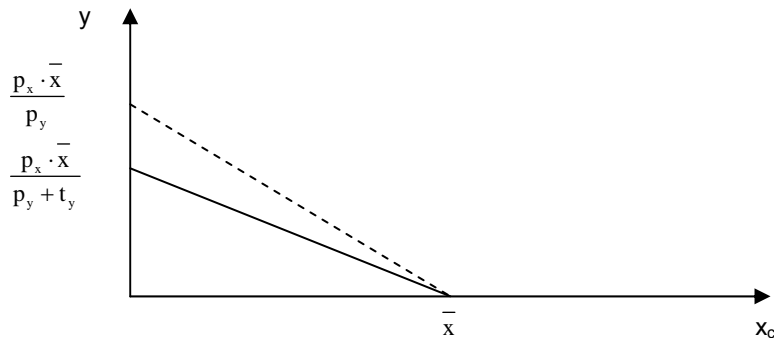
### 3.1. Une taxe unitaire sur le bien Y

Admettons qu'une taxe unitaire  $t_y$  est introduite sur le bien Y et que celle-ci fasse passer le prix au consommateur de  $p_y$  sans taxe à  $p_y+t_y$  avec la taxe unitaire.

La contrainte budgétaire s'écrit alors :

$$\begin{aligned} p_x \cdot \bar{x} &= p_x \cdot x + (p_y + t_y) \cdot y \\ \text{ou} \\ y &= \frac{p_x \cdot (\bar{x} - x)}{p_y + t_y} \\ &= \frac{p_x \cdot \bar{x}}{p_y + t_y} - \frac{p_x \cdot x}{p_y + t_y} \end{aligned}$$

Graphiquement, on a :



Le prix relatif devient :

$$\left| \frac{dy}{dx} \right| = \frac{p_x}{p_y + t_y} < \frac{p_x}{p_y}$$

La recette fiscale  $T_y$  est :

$$T_y = \left( \frac{p_x \cdot \bar{x}}{p_y} - \frac{p_x}{p_y} \cdot x_c \right) - \left( \frac{p_x \cdot \bar{x}}{p_y + t_y} - \frac{p_x}{p_y + t_y} \cdot x_c \right)$$

$$= \left( \frac{1}{p_y} - \frac{1}{p_y + t_y} \right) \cdot p_x \cdot (\bar{x} - x_c)$$

$$= \left( \frac{1}{p_y} - \frac{1}{p_y + t_y} \right) \cdot p_x \cdot \bar{x} - \left( \frac{1}{p_y} - \frac{1}{p_y + t_y} \right) \cdot p_x \cdot x_c$$

### 3.2. Une taxe unitaire sur le bien X

Admettons que l'Etat introduise une taxe unitaire sur le bien X.

A ce sujet une précision est de mise.

En effet, une telle taxe peut être prélevée sur la quantité du bien X consommée par notre agent ou sur la quantité du bien X vendue par notre agent en échange du bien Y, donc sur la quantité qui fait l'objet d'un échange, d'une transaction de marché.

Dans le premier cas, on a une taxe sur la consommation, au sens stricte du terme, la base imposable étant la quantité consommée du bien X soit  $x_c = (\bar{x} - x_v)$  et la recette fiscale est  $t_x \cdot x_c$ .

Dans le deuxième cas, on a une taxe sur la quantité vendue, échangée du bien X, la base imposable étant  $(x_v = \bar{x} - x_c)$  et la recette fiscale est  $t_x \cdot (\bar{x} - x_c) = t_x \cdot x_v$ .

A l'extrême, si  $x_c = \bar{x}$ , la taxe sur la consommation est  $t \cdot \bar{x}$  tandis que celle sur la vente est 0 et vice-versa.

Illustrons la différence par un exemple. Le consommateur a une dotation initiale  $\bar{x} = 10$ . Supposons qu'il vende 4 unités du bien X et que donc il en autoconsomme 6 unités.

Avec une taxe sur la consommation, l'impôt dû est de  $6 \cdot t_x$ . Avec une taxe sur les transactions de marché du bien X, la recette fiscale est  $t_x \cdot (10 - 6) = 4 \cdot t_x$ .

Nous allons analyser successivement les deux types de taxes. En ce faisant, nous allons encore pour chaque type de taxe distinguer selon que la taxe sur le bien X fait passer le prix au consommateur de  $p_x$  sans taxe à  $p_x + t_x$  tout en laissant inchangé le prix au producteur à  $p_x$  ou selon que la taxe fait passer le prix au producteur de  $p_x$  à  $p_x - t_x$  tout en laissant inchangé le prix au consommateur à  $p_x$ , prix sans taxe.

### 3.2.1. Une taxe unitaire sur la consommation du bien X

Nous allons donc distinguer deux scénarios, selon que l'introduction de la taxe  $t_x$  sur la quantité consommée  $x_c$  va faire augmenter le prix au consommateur de  $p_x$  à  $p_x+t_x$  ou qu'elle va faire diminuer le prix au producteur de  $p_x$  à  $p_x-t_x$ , en laissant inchangé le prix au consommateur.

#### 3.2.1.1. PRIX AU CONSOMMATEUR PASSE A $p_x+t_x$

Si le prix au consommateur passe à  $p_x+t_x$ , on a que :

$$\begin{aligned} p_y \cdot y &= p_x \cdot x_v - t_x \cdot x_c \\ &= p_x \cdot (\bar{x} - x_c) - t_x \cdot x_c \\ p_y \cdot y &= p_x^p \bar{x} - (p_x + t_x) \cdot x_c \end{aligned}$$

Le même résultat on le trouve en partant de l'équation du revenu implicite total :

$$\begin{aligned} p_x \cdot \bar{x} &= p_x \cdot x_c + t_x \cdot x_c + p_y \cdot y \\ p_x \cdot \bar{x} - (p_x + t_x) \cdot x_c &= p_y \cdot y \end{aligned}$$

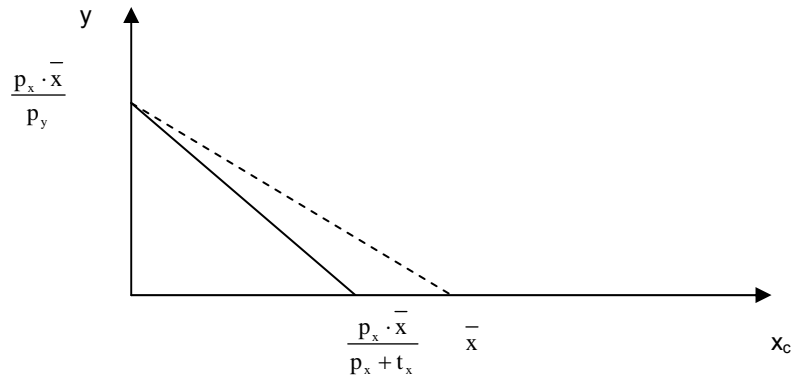
Aussi obtient-on:

$$y = \frac{p_x \cdot \bar{x}}{p_y} - \frac{p_x + t_x}{p_y} \cdot x$$

Le prix relatif est :

$$\left| \frac{dy}{dx_c} \right| = \frac{p_x + t_x}{p_y}$$

Graphiquement, cela donne:



Si  $y = \frac{p_x \cdot \bar{x}}{p_y}$ , aucune taxe n'est due puisque le consommateur ne consomme aucune unité de sa dotation  $\bar{x}$ .

Pour les besoins de l'analyse, supposons qu'il vende ses  $\bar{x}$  unités du bien X. S'il vend ses  $\bar{x}$  unités, il obtient une recette de  $p_x \cdot \bar{x}$ . S'il rachète exclusivement des x, il doit payer  $(p_x + t_x)$ .

Donc, en ayant vendu  $\bar{x}$  unités, il pourra racheter  $\frac{p_x \cdot \bar{x}}{p_x + t_x} < \bar{x}$  unités du bien X. Ceci illustre l'impact de la taxe.

Exprimé autrement, il faut avoir :

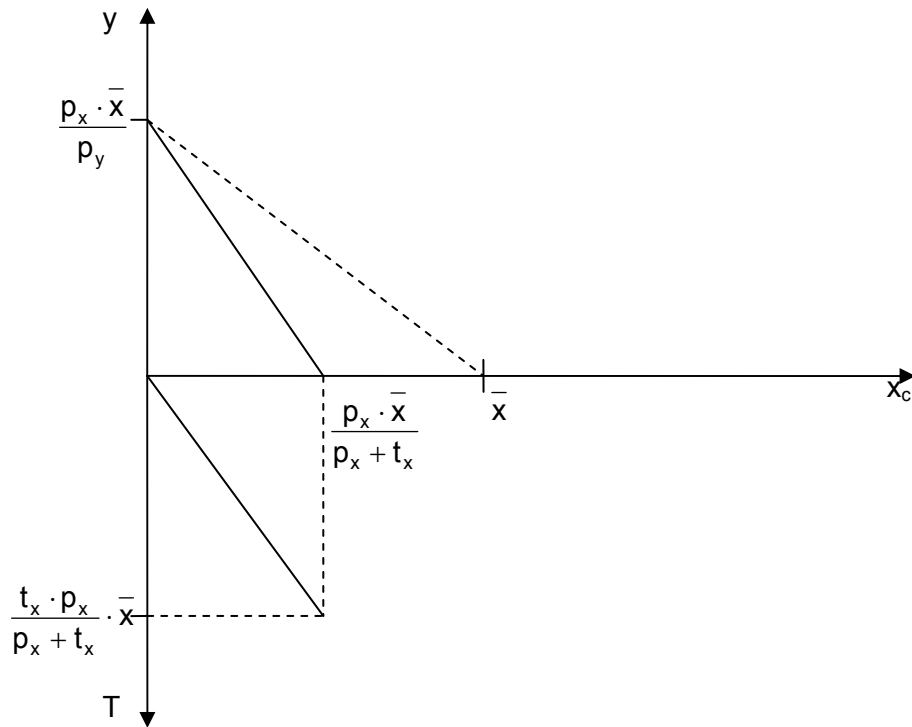
$$x_c + t'_x \cdot \bar{x} = \bar{x}$$

soit

$$x_c = (1 - t'_x) \cdot \bar{x}$$

où  $t'_x$  est une fraction de la dotation.

Graphiquement, on peut représenter comme suit la taxe totale en unités monétaires,  $T=t_x \cdot x_c$ .



Si  $y=0$ , alors le consommateur ne peut pas consommer les  $\bar{x}$  unités puisqu'il doit encore payer l'impôt. Ce dernier est égal à  $\frac{t_x}{p_x + t_x} \cdot \bar{x}$  unités

de  $X$  ou, en termes monétaires,  $\frac{p_x \cdot t_x}{p_x + t_x} \cdot \bar{x}$ .

L'équation de l'impôt  $T_x=t_x x_c$  est :

$$\begin{aligned}
 T_x &= t_x \cdot x_c \\
 &= t_x \cdot \left( \frac{p_x \cdot \bar{x}}{p_x + t_x} - \frac{p_y}{p_x + t_x} \cdot y \right) \\
 &= \frac{t_x \cdot p_x}{p_x + t_x} \cdot \bar{x} - \frac{t_x \cdot p_y}{p_x + t_x} \cdot y \\
 &= \frac{t_x}{p_x + t_x} \cdot (p_x \cdot \bar{x} - p_y \cdot y)
 \end{aligned}$$

### 3.2.1.2. PRIX AU CONSOMMATEUR RESTE INCHANGE A $p_x$

Prenons le scénario où l'introduction de  $t_x$  sur la partie non vendue, c'est-à-dire directement consommée de la dotation a pour impact que le prix au producteur passe de  $p_x$ , avant taxe, à  $p_x - t_x$ , le prix au consommateur ne changeant pas.

Dans ce cas, en prenant l'égalité entre valeur du bien Y achetée et valeur du bien X vendue :

$$p_y \cdot y = (p_x - t_x) \cdot x_v - t_x \cdot x_c$$

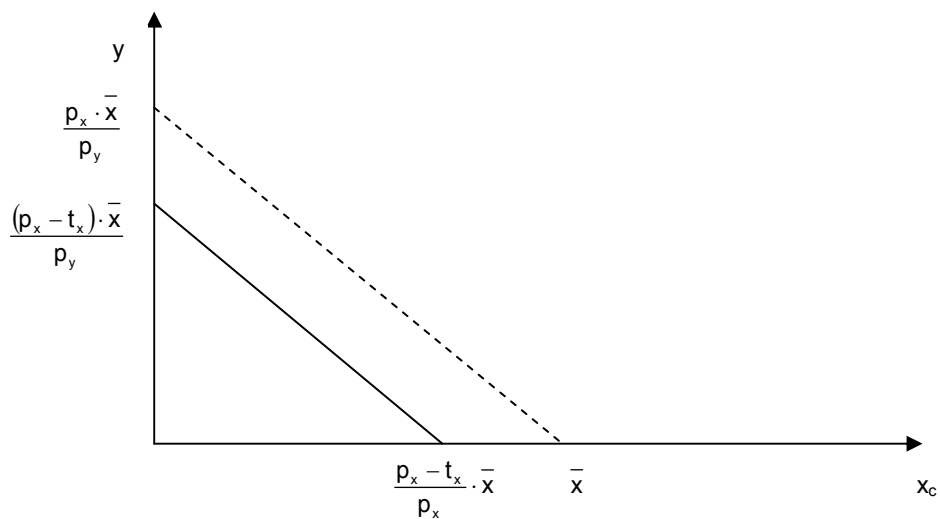
$$p_y \cdot y = (p_x - t_x) \cdot (\bar{x} - x_c) - t_x \cdot x_c$$

$$p_y \cdot y = (p_x - t_x) \cdot \bar{x} - p_x \cdot x_c$$

soit

$$y = \frac{p_x - t_x}{p_y} \cdot \bar{x} - \frac{p_x}{p_y} \cdot x_c$$

Graphiquement, on a :



Le prix relatif ne change pas et la contrainte se déplace parallèlement vers l'intérieur.

La recette fiscale T est, en termes de y :

$$\begin{aligned} T &= \frac{p_x \cdot \bar{x}}{p_y} - \frac{(p_x - t_x) \cdot \bar{x}}{p_y} \\ &= \frac{t_x \cdot \bar{x}}{p_y} \end{aligned}$$

et en termes de  $x$  :

$$T = \frac{t_x \cdot \bar{x}}{p_x}$$

Nominalement, elle est  $T = t_x \cdot \bar{x}$ .

3.2.2. Une taxe unitaire  $t_x$  par unité vendue du bien X

3.2.2.1. LE PRIX AU CONSOMMATEUR PASSE A  $p_x + t_x$

Si le prix au consommateur passe à  $p_x + t_x$ , on a :

$$p_x \cdot x_v = p_y \cdot y$$

Le contribuable, en vendant du X, reçoit le même prix qu'avant, donc la contrainte budgétaire ne change pas.

3.2.2.2. LE PRIX AU CONSOMMATEUR NE CHANGE PAS

Si le prix au consommateur reste  $p_x$ , le prix au producteur-vendeur diminue à  $p_x - t_x$  de sorte que la contrainte budgétaire devient :

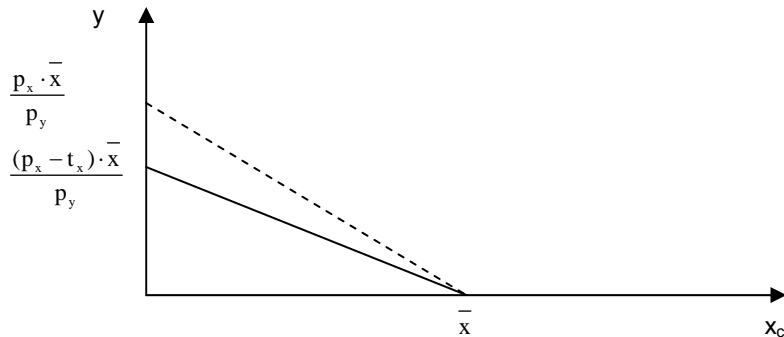
$$(p_x - t_x) \cdot x_v = p_y \cdot y$$

$$(p_x - t_x) \cdot (\bar{x} - x_c) = p_y \cdot y$$

$$(p_x - t_x) \cdot \bar{x} = (p_x - t_x) \cdot x_c + p_y \cdot y$$

$$y = \frac{(p_x - t_x)}{p_y} \cdot \bar{x} - \frac{(p_x - t_x)}{p_y} \cdot x_c$$

Graphiquement, cela donne:



Si  $x = \bar{x}$ , aucune taxe n'est due puisqu'aucune unité n'est vendue.

Le prix relatif est :

$$\left| \frac{dy}{dx_c} \right| = \frac{p_x - t_x}{p_y}$$

On peut s'interroger à quelle condition une taxe unitaire  $t_y$  sur le bien Y a exactement le même impact qu'une taxe unitaire  $t_x$  sur chaque unité vendue de la dotation initiale dans le cas où le prix au producteur passe à  $p_x - t_x$ .

Pour que tel soit le cas, il faut que la relation suivante soit réalisée :

$$\frac{(p_x - t_x) \cdot \bar{x}}{p_y} = \frac{p_x \cdot \bar{x}}{p_y + t_y}$$

$$t_x = \frac{p_x \cdot t_y}{p_y + t_y}$$

ou

$$t_y = \frac{t_x \cdot p_y}{p_x - t_x}$$

Ce résultat ne dépend pas de  $\bar{x}$ .

Notons que, ceteris paribus, il est plus facile de taxer les quantités vendues du bien X dans la mesure où la base imposable est une transaction de marché plus facilement observable et traçable qu'une consommation d'une quantité X de la dotation  $\bar{x}$ .

### Exercice

Refaites le raisonnement de cette section en supposant que  $\bar{x}$  est une dotation en unités de temps, le temps pouvant être utilisé pour la « consommation directe » sous forme de loisir et pour prester du travail source d'un revenu qui permet l'achat sur le marché d'un bien de consommation X.

## 3.3. Taxes unitaires sur les deux biens X et Y

### 3.3.1. Taxe unitaire sur le bien Y et taxe unitaire sur la vente du bien X

Analysons maintenant le cas où une taxe  $t_y$  est introduite sur le bien Y et une taxe  $t_x$  sur la quantité vendue du bien X. Nous supposons que le prix au consommateur du bien Y passe à  $p_y + t_y$  et que le prix au producteur du bien X diminue à  $p_x - t_x$ .

On a :

$$(p_x - t_x) \cdot x_v = p_y + t_y$$

soit

$$(p_x - t_x) \cdot (\bar{x} - x_c) = (p_y + t_y) \cdot y$$

Dans ce cas, on a :

$$(p_y + t_y) \cdot y = (p_x - t_x) \cdot \bar{x} - (p_x - t_x) \cdot x$$

soit

$$y = \frac{p_x - t_x}{p_y + t_y} \cdot \bar{x} - \frac{p_x - t_x}{p_y + t_y} \cdot x$$

Le prix relatif devient:

$$\left| \frac{dy}{dx} \right| = \frac{p_x - t_x}{p_y + t_y}$$

Il est intéressant de s'interroger dans ce scénario de taxation à la fois de la quantité achetée (échangée) du bien Y et de la quantité vendue (échangée) du bien X si l'on pourrait se passer de l'une de ces deux taxes, n'importe laquelle, tout en ayant structurellement le même résultat qu'en présence de ces deux taxes.

La réponse est oui.

Montrons-le tout d'abord pour le cas où l'on aurait  $t_x=0$  et  $t_y>0$ .

La contrainte budgétaire s'écrit alors :

$$p_x \cdot \bar{x} = p_x \cdot x + (p_y + t_y) \cdot y$$

$$y = \frac{p_x}{p_y + t_y} \cdot \bar{x} - \frac{p_x}{p_y + t_y} \cdot x$$

Force est de constater que, par rapport à l'état sans taxe, la seule taxe  $t_y$  a structurellement les mêmes conséquences que la mise en place simultanée des deux taxes.

En effet, dans chaque cas, la contrainte budgétaire subit une rotation autour du point  $(\bar{x}, 0)$  en direction de l'origine.

Pour avoir, de surcroît quantitativement, avec seulement une taxe unitaire, le même résultat qu'avec les deux taxes  $t_y$  et  $t_x$ , il suffit d'assurer que cette taxe unitaire  $t'_y$  soit telle qu'elle remplisse la relation suivante :

$$\frac{p_x - t_x}{p_y + t_y} = \frac{p_x}{p_y + t'_y}$$

Il en résulte qu'il faut avoir que :

$$t'_y = \frac{p_x \cdot t_y + p_y \cdot t_x}{p_x - t_x}$$

Nous constatons donc que mettre en place les deux taxes  $t_x$  et  $t_y$  n'est pas structurellement différent de la mise en place de seulement une taxe  $t_y > 0$  sur le bien Y.

Considérons maintenant le cas où  $t_x > 0$  et  $t_y = 0$ .

La contrainte budgétaire s'écrit :

$$P_x \cdot \bar{x} = p_x \cdot x + t_x \cdot (\bar{x} - x) + p_y \cdot y$$

$$y = \frac{p_x - t_x}{p_y} \cdot \bar{x} - \frac{p_x - t_x}{p_y} \cdot x$$

Pour avoir avec la seule taxe unitaire  $t_x$  le même résultat qu'avec les deux taxes  $t_x$  et  $t_y$ , il suffit d'assurer que cette taxe unitaire  $t'_x$  soit telle que :

$$\frac{p_x - t_x}{p_y + t_y} = \frac{p_x - t'_x}{p_y}$$

Il en résulte que :

$$t'_x = \frac{t_x \cdot p_y + t_y \cdot p_x}{p_y + t_y}$$

Par rapport à la taxation simultanée du bien X et du bien Y, toujours sur la base des quantités échangées et sur la base des hypothèses sur les répercussions respectives des taxes, on ne perd absolument rien et on ne change absolument rien si l'on taxe uniquement les échanges de l'un des deux biens.

Interrogeons-nous, pour terminer, s'il est possible d'éviter un effet prix relatif en taxant les quantités vendues du bien X et du bien Y.

Force est de constater qu'il n'est pas possible de trouver  $t_x$  et  $t_y$  tels que l'on puisse avoir  $\frac{p_x}{p_y} = \frac{p_x - t_x}{p_y + t_y}$ , à moins que l'on ne transforme l'une des deux taxes en subside.

Un effet de substitution est donc inévitable.

### Exercices

- (i) La dotation est  $\bar{x}$ . Les prix sont respectivement  $p_x=2$  et  $p_y>0$
- Cherchez la contrainte budgétaire.
  - Supposez qu'il soit mise en place une taxe unitaire  $t_y=1$  sur le bien Y. Quelle taxe unitaire  $t_x$  sur le bien X aurait le même impact que  $t_y$  ?
  - Supposez qu'il existe des taxes unitaires sur chaque bien,  $t_x=1$  et  $t_y=1$ . Comment faudrait-il modifier la taxe unitaire sur le bien X si la taxe  $t_y$  disparaissait et sans que cela n'ait un impact ?
- (ii) Partez de la contrainte budgétaire  $p_x \cdot \bar{x} = p_x \cdot x + t_x \cdot x + p_y \cdot y + t_y \cdot y$ . Divisez des deux côtés par  $p_x$  et montrez comment les taxes unitaires peuvent s'écrire respectivement  $\theta = \frac{t_x}{p_x}$ , où  $\theta$  est une fraction sans dimension et  $\beta = \frac{t_y}{p_y}$ , où  $\beta$  a pour dimension une certaine quantité du bien X par unité du bien Y. En écrivant  $\frac{p_y}{p_x} = p$ , montrez que la contrainte peut s'écrire  $\bar{x} = (1+\theta) \cdot x + (p+\beta) \cdot y$ . Puis, montrez que structurellement cette contrainte est égale à la contrainte que l'on obtient si  $\theta=0$ . Montrez qu'il est de même si l'on fixe  $\beta=0$ .

### 3.3.2. Taxe unitaire sur le bien Y et taxe unitaire sur la quantité consommée du bien X

Supposons que le bien Y soit taxé ainsi que le bien X, dont le consommateur a une dotation initiale, mais cette fois-ci sous la forme d'une taxe unitaire sur la consommation du bien X.

#### 3.3.2.1. LE PRIX AU PRODUCTEUR NE CHANGE PAS

Le prix au producteur  $p_x$  est supposé ne pas changer suite à l'introduction de  $t_x$  tandis que le prix au consommateur du bien Y est supposé passer à  $p_y+t_y$ .

En partant de l'égalité valeur demande=valeur offre, on a :

$$p_x \cdot x_v = (p_y + t_y) \cdot y + t_x \cdot x_c$$

$$p_x \cdot (\bar{x} - x_c) = (p_y + t_y) y + t_x \cdot x_c$$

$$(p_y + t_y) \cdot y = p_x \cdot \bar{x} - (p_x + t_x) \cdot x_c$$

$$y = \frac{p_x \cdot \bar{x}}{p_y + t_y} - \frac{(p_x + t_x)}{p_y + t_y} \cdot x_c$$

Notons que l'on retrouve le même résultat en partant de l'équation que la valeur de la dotation (évaluée au prix producteur) est égale à la valeur de l'utilisation de cette valeur (consommation bien X + consommation – achat du bien Y + taxes à payer respectivement sur y et  $x_c$ ).

$$p_x \cdot \bar{x} = p_x \cdot x_c + t_x \cdot x_c + (p_y + t_y) \cdot y$$

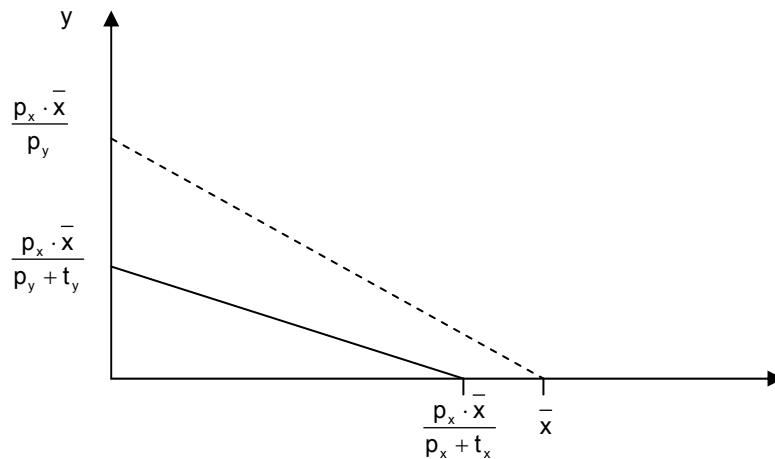
$$p_x \cdot \bar{x} = (p_x + t_x) \cdot x_c + (p_y + t_y) \cdot y$$

$$(p_y + t_y) \cdot y = p_x \cdot \bar{x} - (p_x + t_x) \cdot x_c$$

$$y = \frac{p_x \cdot \bar{x}}{p_y + t_y} - \frac{p_x + t_x}{p_y + t_y} \cdot x_c$$

Interrogeons-nous, comme précédemment, si l'on pouvait se passer de l'une des deux taxes.

En présence des deux taxes, la contrainte budgétaire subit un déplacement (en règle générale non parallèle) vers l'origine, de sorte que ni les points  $(\bar{x}, 0)$  et  $(0, \frac{p_x \cdot \bar{x}}{p_y})$  ne sont plus réalisables.



Si l'on supprime une des deux taxes, on ne peut avoir plus structurellement le même résultat qu'avec les deux taxes.

En effet, si, d'un côté, on fixe  $t_x=0$  avec  $t_y>0$ , alors la contrainte budgétaire connaîtra une rotation autour du point  $(\bar{x}, 0)$  qui reste réalisable.

Et si, de l'autre côté, on a que  $t_x>0$  et  $t_y=0$ , alors la contrainte budgétaire va faire une rotation autour du point  $(0, \frac{p_x \cdot \bar{x}}{p_y})$  qui reste réalisable.

Donc, il n'est pas possible, comme dans la section 3.3.1. où la taxe sur le bien X portait sur la partie vendue de la dotation en X, de n'avoir que l'une des deux taxes tout en ayant structurellement le même résultat qu'avec les deux taxes.

Analysons encore à quelle(s) condition(s) on peut avoir un déplacement parallèle de la contrainte budgétaire.

Pour que tel soit le cas, il faut que:

$$\frac{p_x + t_x}{p_y + t_y} = \frac{p_x}{p_y}$$

Donc, il faut que :

$$\frac{t_x}{t_y} = \frac{p_x}{p_y}$$

Dans ce cas, il n'y a pas d'effet de substitution.

### 3.3.2.2. LE PRIX AU PRODUCTEUR CHANGE

(à compléter)

### 3.3.3. Comparaison

On constate qu'il existe une différence fondamentale selon que le bien X est taxé par une taxe unitaire sur la partie consommée de la dotation ou par une taxe unitaire sur la partie non consommée de la dotation, donc sur la partie vendue.

La taxe sur la partie consommée a une toute autre qualité, ce qui déjà ressort du fait qu'il y a une différence fondamentale entre taxer seulement le bien X ou taxer le bien X et le bien Y.

Par ailleurs, dans ce cas, on pourrait agencer  $t_x$  et  $t_y$  de la sorte à éviter un effet prix relatif, donc faire de sorte à ce que les deux taxes unitaires  $t_x$  et  $t_y$  auraient un impact combiné du type taxe forfaitaire.

Il en est différemment d'une taxe sur la partie vendue de la dotation. Celle-ci est structurellement égale à une taxation unitaire du bien Y, au point que l'on pourrait, dans ce cas, se passer de l'une des deux taxes sans changer les choses d'un point de vue structurel. Qui plus est, compte tenu de cette dernière caractéristique, un effet prix relatif est inévitable, que l'on introduise une seule des deux taxes ou les deux ensembles.<sup>1</sup>

## 3.4. Une taxe forfaitaire

Supposons qu'il soit introduit une taxe forfaitaire d'un montant  $\bar{T}$ , donc une taxe au paiement de laquelle le consommateur ne peut pas échapper.<sup>2</sup>

Il en résulte qu'en aucun cas, le consommateur peut consommer une quantité du bien X égale à sa dotation initiale  $\bar{x}$ , car alors il n'a pas le

---

<sup>1</sup> Si  $\bar{x}$  est le temps, taxer le travail (« partie vendue de  $\bar{x}$  ») ou taxer le bien Y, ou taxer les deux, structurellement revient au même. Par contre, taxer d'un côté le temps, la partie non vendue de  $\bar{x}$  et taxer de l'autre côté le bien Y ou le travail ou les deux sont deux choses structurellement différentes.

<sup>2</sup> S'il ne la paie pas, l'Etat peut recourir au monopole de la force.

montant nécessaire  $\bar{T}$  qu'il doit verser à l'Etat sous forme de taxe forfaitaire.<sup>1</sup>

En présence de cette taxe forfaitaire, la contrainte budgétaire s'écrit :

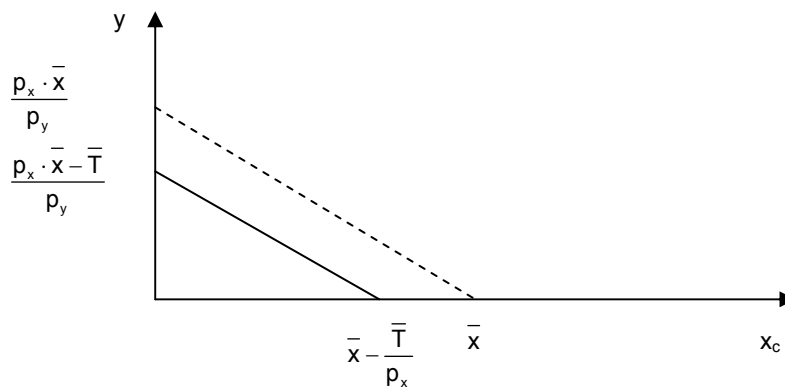
$$p_x \cdot \bar{x} = p_x \cdot x + p_y \cdot y + \bar{T}$$

ou

$$y = \frac{p_x \cdot (\bar{x} - x) - \bar{T}}{p_y}$$

$$= \frac{p_x \cdot (\bar{x} - x)}{p_y} - \frac{\bar{T}}{p_y}$$

Graphiquement :



L'introduction de la taxe forfaitaire  $\bar{T}$  entraîne un déplacement parallèle de la contrainte budgétaire puisque le prix relatif  $\frac{p_x}{p_y}$  ne varie pas. Il en résulte

entre autres que le consommateur, de par l'effet revenu, ne peut plus consommer sa dotation  $\bar{x}$ , ce qui montre qu'il n'est pas juste de dire qu'une taxe forfaitaire n'aura jamais d'impact sur les choix du contribuable.

Par contre, peu importe son comportement, il ne peut pas échapper à cette taxe forfaitaire de  $\bar{T}$ .

<sup>1</sup> On suppose que la taxe est à payer en unités monétaires. Si le paiement était en nature, le consommateur devait verser  $\frac{\bar{T}}{p_x}$  unités du bien X à l'Etat.

### 3.5. Impôt sur la dotation initiale

Si l'on veut taxer la dotation  $\bar{x}$ , qui est une grandeur non monétaire, il faut tout d'abord définir l'assiette imposable en relation avec une taxation de  $\bar{x}$ .

Une façon de ce faire serait d'évaluer la dotation à son prix de marché, de sorte à ce que l'assiette serait  $p_x \cdot \bar{x}$ .

Puis, on appliquerait à cette assiette un taux donné,  $t$ , peu importe ce que le consommateur par après fasse de cette dotation.

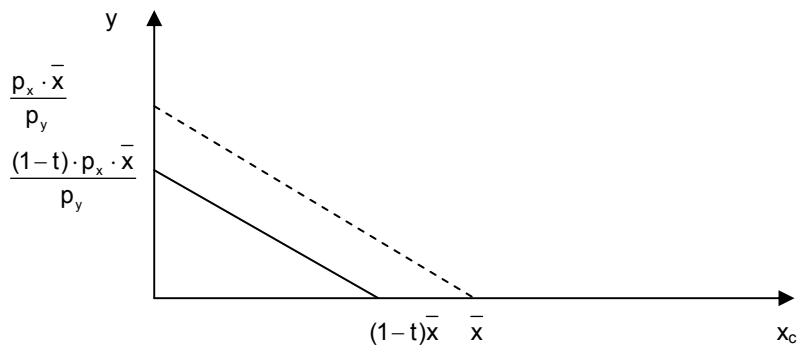
Dans ce cas, la contrainte budgétaire s'écrirait :

$$p_x \cdot \bar{x} = p_y \cdot y + p_x \cdot x_c + t \cdot p_x \cdot \bar{x}$$

$$p_y \cdot y = (1 - t) \cdot p_x \cdot \bar{x} - p_x \cdot x_c$$

$$y = \frac{(1-t) \cdot p_x \cdot \bar{x}}{p_y} - \frac{p_x}{p_y} \cdot x_c$$

Graphiquement :



Montrez pour terminer que si  $T = p_x \cdot t \cdot \bar{x}$ , l'impôt forfaitaire et l'impôt sur la dotation donnent la même contrainte budgétaire. Sont-ils pour autant « identiques » ?

#### Exercices

- (i) Refaites les analyses de la section 3 en supposant qu'il n'existe pas d'unités monétaires et que donc on écrit la contrainte budgétaire  $\bar{x} = x + p \cdot y$  où  $p$  est le taux d'échange entre  $x$  et  $y$ , c'est-à-dire le nombre d'unités de  $X$  qu'il faut donner dans le marché pour obtenir une unité du bien  $Y$ .

- (ii) Refaites les analyses de la section 3 en supposant cette fois-ci que la dotation initiale se décline dans les deux biens X et Y, donc en supposant que l'on ait  $(\bar{x} > 0, \bar{y} > 0)$  avec  $p_x > 0$  et  $p_y > 0$  les prix de marché des deux biens X et Y.
- (iii) Refaites les analyses de la section 3 en supposant qu'il y ait une dotation initiale  $\bar{x}$  dans le bien X et que le consommateur peut se procurer deux biens sur le marché, le bien Y et le bien Z dont les prix sont respectivement  $p_y > 0$  et  $p_z > 0$ .
- (iv) Refaites les analyses de la section 3 en supposant qu'il y ait deux agents, l'un ayant une dotation dans le bien X, donc  $(\bar{x}, 0)$ , et l'autre une dotation dans le bien Y  $(0, \bar{y})$ .

### **3.6. Quelques conclusions**

*4. Taxes à distorsion et taxes forfaitaires : distorsion, coin fiscal, effet prix relatif et de substitution, prix au consommateur et prix au producteur : Quelques considérations conceptuelles*

## **Titre II. Analyse fiscale dans le cadre d'une contrainte budgétaire avec revenu endogène**

Après avoir analysé l'impact de différents types de taxes sur la contrainte budgétaire d'un consommateur dans le cadre du modèle élémentaire d'un consommateur disposant d'un revenu nominal  $R$ , déterminé de façon exogène, et voulant consommer deux biens  $X$  et  $Y$  dont les prix de marché, déterminés de façon exogène, sont respectivement  $p_x > 0$  et  $p_y > 0$ , nous allons maintenant analyser un modèle légèrement plus élaboré où le revenu  $R$  n'est plus une variable exogène, mais où un agent économique peut déterminer le niveau de son revenu à travers son choix de travailler et donc son choix de consommer des biens et services marchands ou de ne pas travailler, ou plus généralement son choix quant à la répartition de son temps entre le travail marchand rémunéré et le travail non rémunéré.

Une fois ce modèle précisé (section 1), on va y intégrer différents types d'impôts pour analyser et comparer leurs impacts respectifs.

Notons que les outils développés dans cette unité s'appliquent, mutatis mutandis, également à l'analyse de différents types de transferts sociaux, ou autres et, donc, à l'analyse globale du système des prélèvements obligatoires (fiscaux et parafiscaux) et transferts (fiscaux et parafiscaux).

### ***1. Le modèle avec un revenu endogène.***

#### **1.1. Le modèle de base**

Soit un agent économique qui n'a qu'un seul type de revenu, le revenu du travail. Ce dernier est fonction de la quantité d'heures qu'il décide de (et arrive à) travailler ( $T$ ) et du salaire horaire qu'il obtient dans le marché. Une heure de travail lui rapporte un salaire nominal  $w > 0$ , déterminé par le marché et, partant, en dehors de son influence.

L'analyse porte sur une période de temps  $H$ .  $H$  est exprimé en unités de temps. Il faut donc distinguer  $H$  et l'unité de temps.

Si la période d'analyse est la semaine, on a p.ex.  $H=7$  ou  $H=168$  selon que l'unité de temps est le jour ou l'heure.

Si la période d'analyse est le jour, on a p.ex.  $H=24$  heures, l'heure étant dans ce cas l'unité de temps qui en quelque sorte s'impose.

Le temps  $H$  est une « ressource » dont dispose l'agent économique. Il peut l'affecter soit au travail (« *Arbeitszeit* »), soit au non-travail,- défini de façon large, comme le temps affecté à une activité qui n'est pas une activité de

prestation d'un travail marchand rémunéré - soit, bien-sûr, à une combinaison des deux.

Une heure de non-travail est appelée une heure de loisir (« *leisure* », « *Freizeit* »). Il appartient donc à l'agent de répartir  $H$  – le cas échéant dans le cadre des contraintes légales existantes et des possibilités de flexibilité des contrats de travail - entre le nombre d'heures travaillées ( $T$ ) et le nombre d'heures de loisir ( $L$ ).

On a toujours  $H \equiv T + L$ .

La théorie microéconomique (néoclassique) ne met toutefois pas sur un pied d'égalité analytique une heure de travail et une heure de loisir.

Le travail n'est pas une fin en soi, mais un moyen, un input, qui appartient à l'agent économique. Il doit mettre en oeuvre cet input pour dégager un revenu du travail, égal à  $w \cdot T$ . Ce revenu du travail est, à défaut d'autre revenu, le seul moyen pour se procurer les biens ou services produits par d'autres agents et vendus sur des marchés, à leurs prix de marché respectifs.

Pour ne pas surcharger le raisonnement, l'on supposera par la suite que notre agent économique désire un seul bien<sup>1</sup>, le bien  $X$ , dont le prix de marché – variable exogène pour l'agent – est  $p_x > 0$ .

En revanche, une heure de loisir est considérée comme une fin en soi, comme générant directement une utilité pour l'agent.

Entrent donc dans sa fonction d'utilité, la quantité  $x$  du bien  $X$  consommée et le nombre d'heures de loisir « *consommées* »,  $L$ .

---

<sup>1</sup> On pourrait, mutatis mutandis, considérer que la variable  $X$  représente respectivement un bien composite ou la dépense sur l'ensemble des biens de consommation acquis dans le marché.

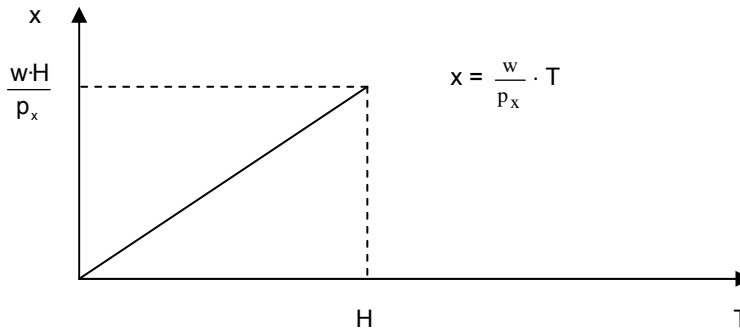
Ce modèle, - en faisant abstraction des préférences de l'agent, et donc de sa fonction d'utilité dont nous n'avons pas besoin pour les analyses qui suivent dans ce titre -,<sup>1</sup> peut être résumé par les deux équations ci-après :

$$H = T + L \quad (1)$$

$$P_x \cdot x = w \cdot T \quad (2)$$

L'équation (1) exprime la contrainte de temps de l'agent économique<sup>2</sup> tandis que l'équation (2) exprime le fait que la dépense totale de marché de l'agent pour le bien X,  $p_x \cdot x$ , est - en l'absence du recours à un marché de capitaux (dette = 0, épargne = 0) et en l'absence d'autres revenus - égale à son revenu de travail, ici par hypothèse le seul revenu dont il peut disposer.

En représentant graphiquement l'équation (2), on obtient :



<sup>1</sup> Nous avons vu (cf. titre I), et nous allons voir par la suite que la seule analyse de la contrainte budgétaire d'un agent économique, ou, plus généralement, de son espace de choix et des limites de celui-ci, permet de dégager des enseignements économiques intéressants sans que l'on ne doit recourir aux préférences et a fortiori à l'analyse des choix effectifs de l'agent économique, c'est-à-dire à l'analyse de sa contrainte en interaction avec ses préférences sous fond d'un comportement de maximisation de son utilisation.

Nous partageons sous cet aspect entièrement les vues exprimées par Deaton et Muellbauer dans *Economics and Consumers Behavior*, Cambridge University Press, 1980 : "Consumers behaviour is frequently presented in terms of preferences, on the one hand and possibilities on the other. The emphasis in the discussion is commonly placed on preferences, on the axioms of choice, on utility functions and their properties. The specification of which choices are actually available is given a secondary place and, frequently, only very simple possibilities are considered. We begin, however, with the limits of choice rather than with the choices themselves."

Ajoutons que si cela est vrai en général, c'est particulièrement vrai pour l'analyse économique de la fiscalité.

Si l'on ajoute à cela que l'hypothèse méthodologique faite en règle générale est que les préférences sont (relativement) constantes, il s'ensuit que bien des comportements/choix et changements de comportements/choix s'expliquent respectivement par les caractéristiques des contraintes ou par les variations de ces dernières.

<sup>2</sup> Notons que souvent dans la littérature, on fixe  $H=1$ , voire que l'on divise des deux côtés par  $H$ , pour

obtenir  $\frac{T}{H} + \frac{L}{H} = \frac{H}{H} = 1$ . Dans ce dernier cas,  $T$  et  $L$  sont normalisés par rapport à 1 en ce sens que  $\frac{T}{H}$

et  $\frac{L}{H}$  représentent les fractions du temps total affectées respectivement au travail et au loisir. En

écrivant  $\frac{T}{H} = a_1$  et  $\frac{L}{H} = a_2$ , on a  $a_1 + a_2 = 1$ .

Ce graphique indique, pour chaque quantité de travail  $T$  vendue sur le marché du travail, la quantité maximale  $x$  que l'agent peut se procurer sur le marché du bien  $X$ .

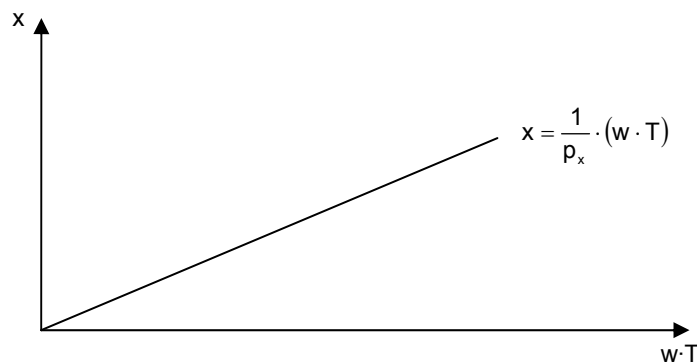
Autrement dit, une unité de temps de travail procure un salaire nominal,  $w$ , ce qui, compte tenu du prix  $p_x$ , permet d'acheter  $\frac{w}{p_x}$  unités du bien  $X$ .

Le rapport  $\frac{w}{p_x}$  peut être appelé le salaire réel puisqu'il indique le nombre d'unités du bien  $X$  que procure à l'agent son salaire nominal par unité de temps, p.ex. horaire, donc le nombre d'unités du bien  $X$  que permet de se procurer une unité de temps de travail.

Notez que si p.ex.  $w$  et  $p_x$  doublent, le salaire réel ne change pas.

Notez également que l'agent économique, contrairement au modèle élémentaire  $(R, p_x, p_y)$  est à la fois demandeur, du bien  $X$  (et du loisir), et offreur, de son travail,  $T$ .

Il arrive, plus rarement, que l'on utilise la représentation graphique ci-après où l'on met en abscisse  $w \cdot T$ , le revenu du travail.



Nous pouvons toutefois, en combinant les équations (1) et (2), réécrire l'équation (2) pour la faire apparaître sous une autre optique.

$$p_x x = w \cdot T$$

$$p_x x = w \cdot (H - L)$$

On peut écrire dès lors :

$$w \cdot H = p_x \cdot x + w \cdot L \quad (2')$$

Cette façon d'écrire la contrainte jette un autre regard, complémentaire, sur la problématique et elle fait encore mieux apparaître une différence de nature fondamentale avec la contrainte budgétaire où le revenu est exogène (cf. titre I).

Du côté gauche, on a une expression en unités monétaires de la dotation H, l'expression monétaire de celle-ci. Du côté droit, on a en quelque sorte la répartition de cette « *valeur en termes monétaires* », entre, d'une part, la dépense sur le marché pour le bien X et, d'autre part, l'expression monétaire du loisir pris.

On pourrait dire que  $w \cdot H$  est le revenu implicite (« *full income* »),  $p_x \cdot x$  la partie de ce revenu implicite « *activée* » sous forme d'un revenu du travail et  $w \cdot L$  la partie non activée de ce revenu implicite, mais prise directement, sans passer par un marché du travail qui monétarise le temps et un marché du bien X, sous forme de consommation de loisir.<sup>1</sup>

Autrement dit,  $w \cdot H$  est le revenu du travail maximal que pourrait générer un contribuable en ne prenant aucun loisir et donc en travaillant tout le temps de sorte que  $\frac{w \cdot H}{p_x}$  est la consommation réelle maximale y associée du bien marchand X. Inversement, si un agent ne travaillait pas du tout,  $w \cdot H$  est le revenu marchand maximal auquel un agent renoncerait en décidant de ne pas travailler du tout.

On trouve des deux côtés de l'équation la variable exogène  $w$ , du côté gauche en tant que valorisation de la dotation de temps et du côté droit en tant que prix du deuxième « *bien* » entrant dans la fonction d'utilité, le loisir L.

Notons également à ce stade, constat dont la portée deviendra plus claire plus tard, qu'avec l'expression (2), à savoir  $p_x \cdot x + w \cdot l = w \cdot H$ , on a du côté droit quasiment un « *revenu exogène* » car fonction de deux grandeurs exogènes, le salaire unitaire  $w$ , variable mais exogène et H, fixe et exogène.

Par contre, dans l'expression (1), sinon équivalente, il n'y a pas de grandeur de « *revenu exogène* », les deux produits respectifs  $p_x \cdot x$  et  $w \cdot l$  ayant chacun un caractère endogène de par le caractère endogène respectivement de  $x$  et de  $l$ .

Cette expression (2') peut se réécrire à son tour :

$$p_x \cdot x = w \cdot H - w \cdot L \quad (3)$$

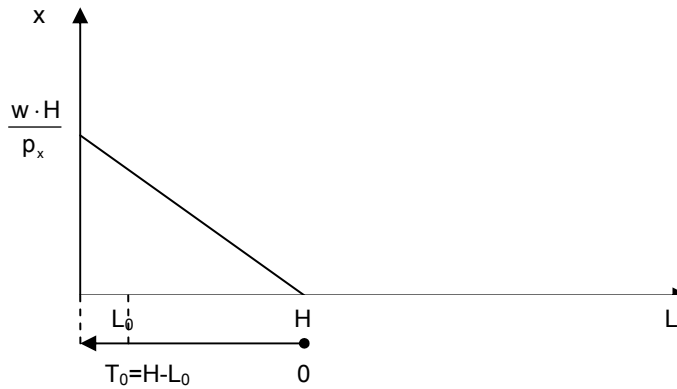
ou encore:

$$x = \frac{w}{p_x} \cdot H - \frac{w}{p_x} \cdot L \quad (3')$$

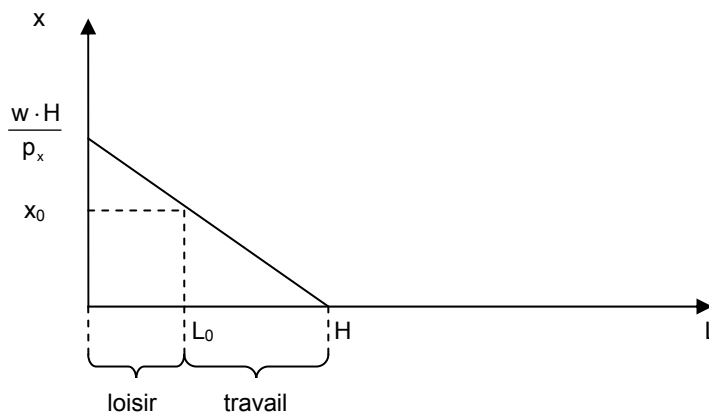
---

<sup>1</sup> On peut, à des fins heuristiques, considérer que l'agent peut, sans aucun coût de transaction, d'abord vendre H unités de temps sur un marché, pour faire une recette marchande de  $w \cdot H$  pour ensuite sur le marché du bien X acheter du bien X au prix de marché  $p_x$  et « (*r*)acheter » du loisir au prix de marché du travail  $w$ .

L'équation (3') nous permet de représenter le modèle dans l'espace des deux biens, le bien X et le loisir L, ce dernier, du point de vue de sa finalité, a la nature économique d'un bien, c'est-à-dire d'une chose dont la 'consommation' est source directe d'utilité :



Donc :



Compte tenu de sa contrainte de temps H, du salaire w et du prix  $p_x$ , les combinaisons (L, x) données par la droite (3') sont atteignables pour l'agent économique. La combinaison finalement retenue dépendra de ses préférences relatives quant aux biens X et L.

Notons que si  $L=L_0$ , la quantité de travail est  $T_0=H-L_0$ , avec  $L_0+T_0=H$ .

En calculant la valeur absolue de la pente  $\left| \frac{dx}{dL} \right|$ , l'on obtient :<sup>1</sup>

$$\left| \frac{dx}{dL} \right| = \frac{w}{p_x} \quad (4)$$

<sup>1</sup> Notez que  $\frac{dL}{dT} = -1$ .

Ce rapport on peut également l'interpréter comme le salaire réel ou comme le prix relatif d'une unité de loisir.

Expliquons-nous.

Pour avoir une unité du bien X, il faut recourir à  $\frac{p_x}{w}$  unités de travail. (Si p.ex.  $w = 10$  et  $p_x = 5$ , il faut travailler une demi-heure pour pouvoir se procurer une unité du bien X.)

Donc, vouloir une unité du bien X, c'est renoncer à  $\frac{p_x}{w}$  unités de loisir.

Partant, prendre une unité de loisir, c'est renoncer à  $\frac{w}{p_x} \left( = \frac{1}{\frac{p_x}{w}} \right)$  unités du

bien X.

Autrement dit, une unité de loisir « coûte »  $\frac{w}{p_x}$  unités du bien X. On l'exprime également en disant que le « coût d'opportunité » d'une unité de loisir est  $\frac{w}{p_x}$  entendant par là la quantité du bien X que l'on va inévitablement « sacrifier » en prenant une heure de loisir.<sup>1 2</sup>

Pour illustrer la différence structurelle avec le modèle élémentaire d'un revenu exogène R, supposons que le salaire w augmente et montrons graphiquement ce qui se passe par comparaison au cas où le prix du bien X,  $p_x$ , augmenterait.

---

<sup>1</sup> Refaites le modèle en supposant que l'agent économique dispose, à côté de son revenu du travail, d'un revenu supplémentaire  $\bar{M}$ , déterminé de façon exogène au modèle.

<sup>2</sup> Différents auteurs utilisent des conventions différentes. Voici quelques-unes.

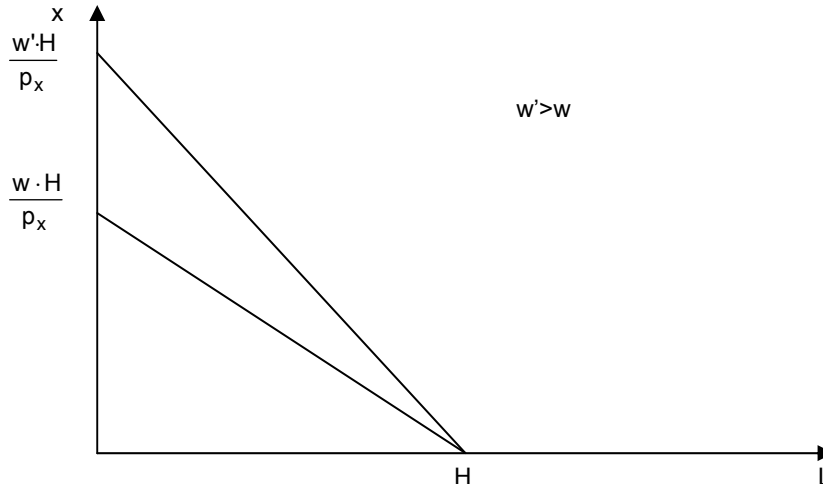
(i)  $p \cdot c = w \cdot T$   
 $= w \cdot H - w \cdot L$

où c est la consommation réelle et p le prix à la consommation. Souvent p est normé à 1 de sorte que w est le salaire réel.

(ii)  $x = w \cdot T$

où on suppose que  $p=1$  et, partant, où w est le salaire réel.

Graphiquement, on a :



Une hausse du salaire  $w$  augmente donc le champ des possibles. Cela s'explique par le fait que  $w$  n'est pas seulement le « *prix* » du loisir dans l'expression  $p_x \cdot x + w \cdot l$ , mais également la valeur de la dotation  $w \cdot H$  et c'est l'effet augmentation du revenu implicite  $w \cdot H$  qui l'emporte sur l'effet « *renchérissement* »  $w \cdot l$ .

Prenons un exemple numérique avec des chiffres assez quelconques. Admettons que l'agent choisisse  $(x, L) = (5 ; 5)$  et que  $p_x = 10$  et  $w = 10$  avec  $H = 10$  :

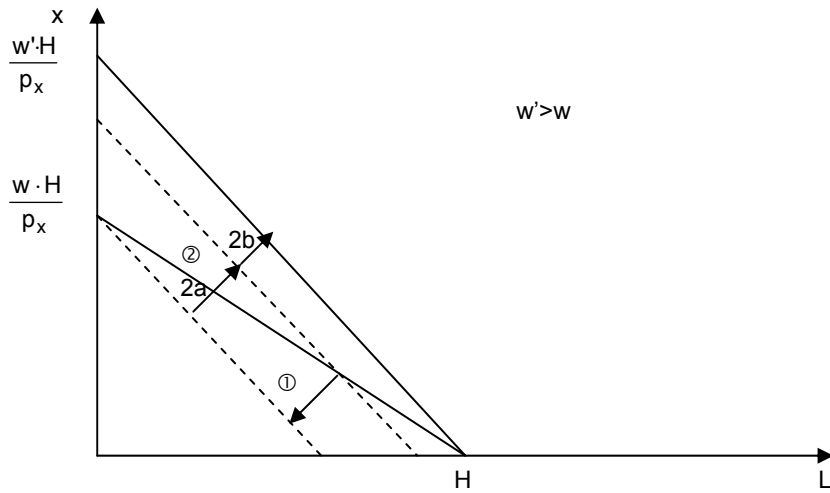
$$10 \cdot 5 + 10 \cdot 5 = 10 \cdot 10$$

Supposons que  $w$  devient 20. Le panier initial coûte  $10 \cdot 5 + 20 \cdot 5 = 150$  mais en même temps le revenu implicite lui passe à  $20 \cdot 10 = 200$ , c'est-à-dire est supérieur à la « *dépense* » nécessaire pour le panier de départ  $(x, L) = (5 ; 5)$ .

Ce déplacement, sous forme d'une rotation autour du point  $(H, 0)$  vers l'extérieur, qui traduit la hausse du prix relatif du loisir  $\frac{w}{p_x}$ , peut être

décomposé en deux mouvements ; un premier mouvement (①) qui est une rotation autour du point  $\left(0, \frac{w \cdot H}{p_x}\right)$  vers l'intérieur et qui reflète la hausse du

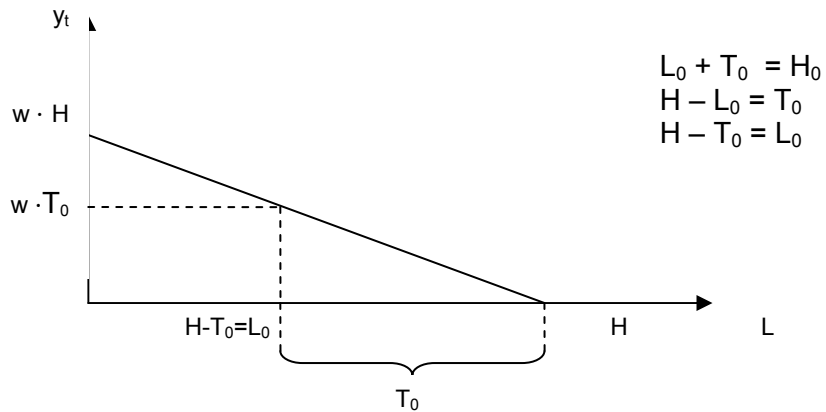
prix relatif du bien loisir (mouvement semblable à celui où, avec un revenu exogène, le prix d'un bien, en l'occurrence celui de l'abscisse, augmente) et un deuxième mouvement (②) qui est un déplacement parallèle de la droite pointillée vers l'extérieur jusqu'à ce qu'elle coupe le point  $(H, 0)$ . Ce deuxième mouvement peut par ailleurs être encore décomposé en deux sous-mouvements 2a et 2b. On y reviendra plus tard.



Selon les besoins analytiques on peut désigner le revenu du travail par  $y_t$  pour avoir :

$$\begin{aligned} y_t &= w \cdot T \\ &= w \cdot (H - L) \\ &= w \cdot H - w \cdot l \end{aligned}$$

Alors on a:



### Exercices

(i) En définissant la variable  $x_0 = -T$  et en écrivant  $p_x = p_1$ ,  $x = x_1$  et  $w = p_0$ , montrez que l'on peut écrire la contrainte budgétaire comme

$$\sum_{i=0}^1 p_i \cdot x_i = 0.$$

(ii) Quelle est la différence entre le temps au travail et le temps de travail ?

(iii) Soit la définition suivante du revenu réel :

*“By real income, we mean the maximum number of units of some commodity the consumer could acquire if he spent his entire money*

*income. Real income is intended to reflect the consumer's total command over all resources by measuring his potential command over a single real commodity.*" (Jehle, Reny, *Advanced Microeconomic Theory*, Addison Wesley, 1998, p. 152)

Appliquez, mutatis mutandis, cette définition à notre modèle élémentaire sous revue.

- (iv) Supposons qu'il existe deux économies (j=1,2) absolument identiques en ce sens que dans chacune il y a n offreurs (i=1, 2...n) de travail-consommateurs et qui ont chacun la fonction d'utilité  $U=x \cdot l$ .

Les fonctions de production agrégées dans les deux économies sont égales :

$$x_j = n \cdot \alpha \cdot \sum_{i=1}^n \cdot T_{ji}$$

Dans la première économie 1, les n agents chacun travaillent H heures. Dans la deuxième économie 2, les n agents chacun travaillent  $\frac{H}{2}$  heures.

Analysez la validité de l'affirmation suivante :

*« Dans la première économie, la production nationale et la production par tête sont plus élevées que dans la deuxième économie de sorte que (a) la première économie est plus productive que la deuxième et (b) la première économie a un niveau de vie plus élevé que la deuxième. »*

Avant de répondre, définissez bien votre compréhension des concepts figurant dans cette affirmation.

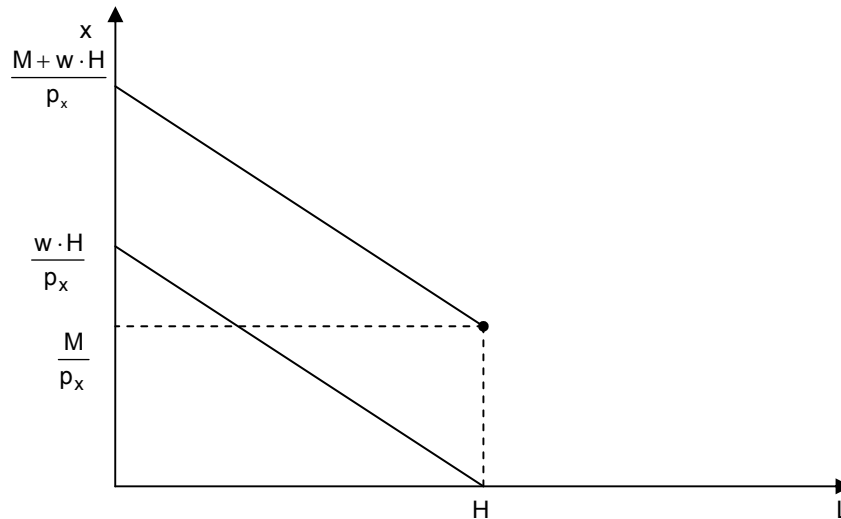
## 1.2. Extensions possibles du modèle de base

Le modèle de base peut être modifié et étendu de multiples façons. On va en présenter trois, à savoir :

- ajout à côté du revenu de travail, endogène, d'un revenu exogène de non-travail, M ;
- existence d'une durée de travail  $\bar{T}$  à ne pas dépasser ;
- prise en compte d'heures supplémentaires rémunérées à un taux  $w' > w$ .

(i) Ajout d'un revenu exogène M

L'existence d'un revenu exogène  $M > 0$ , donc d'un revenu autre qu'un revenu du travail, implique un déplacement parallèle de la contrainte vers le haut.



Algébriquement, on a :

$$x = \frac{M + w \cdot H}{p_x} - \frac{w}{p_x} \cdot L, \text{ pour } L \leq H$$

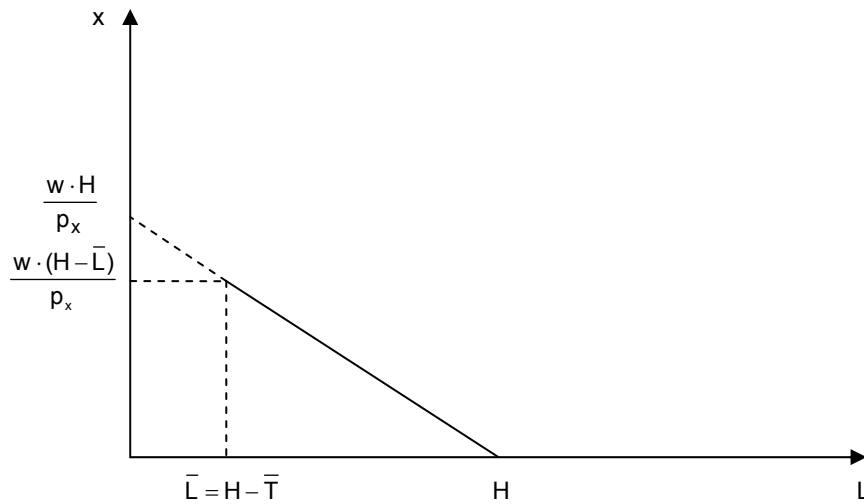
(ii) Durée du travail maximale  $\bar{T}$  (durée de loisir minimale)

Supposons qu'il existe une durée de travail légale maximale,  $\bar{T}$ . Cela signifie que l'on n'a pas le droit de travailler pendant la période d'analyse H plus de  $\bar{T}$  unités de temps.

Dans beaucoup de pays, on a une durée de travail journalière maximale de 8 heures ou une durée de travail maximale par semaine de 40 heures, avec, de surcroît, l'obligation d'un ou de deux jours entiers de repos par semaine.

On a donc également et implicitement un temps de loisir minimal  $\bar{L}$ , avec  $\bar{L} = H - \bar{T}$ . L'existence d'un tel seuil légal se traduit graphiquement par le fait que L ne peut pas devenir inférieur à  $\bar{L}$ .

Alors on a :



Algébriquement, on a :

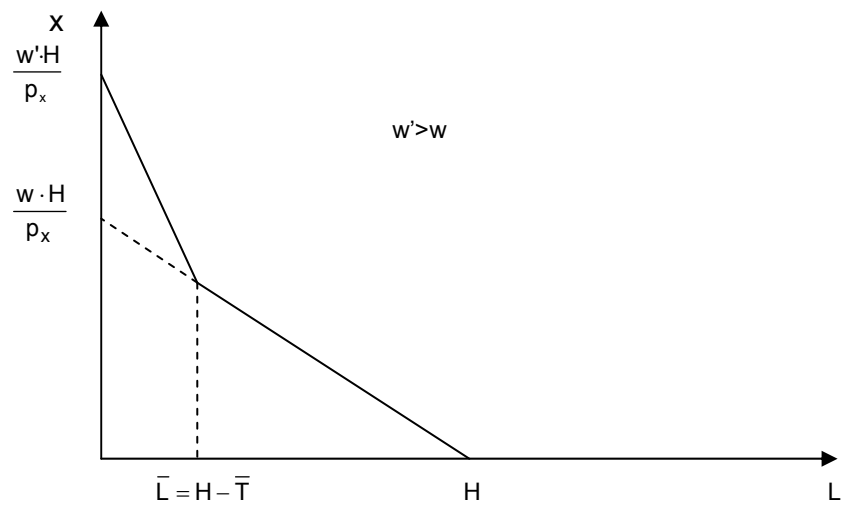
$$x = \frac{w \cdot H}{p_x} - \frac{w}{p_x} \cdot L, \text{ pour } L \geq \bar{L} = H - \bar{T}$$

### Exercice

Tracez la contrainte pour une période d'analyse qui est la journée avec comme unité de temps l'heure et une durée de travail maximale par jour de 8 heures.

### (iii) Heures supplémentaires

Supposons maintenant qu'il existe des heures supplémentaires définies comme les heures de travail prestées au-delà d'un certain seuil  $\bar{T}$ , chaque heure prestée au-delà de  $\bar{T}$  étant par définition légale une heure supplémentaire rémunérée à un taux  $w'$  plus élevé que le salaire  $w$  pour le temps de travail 'normal'.

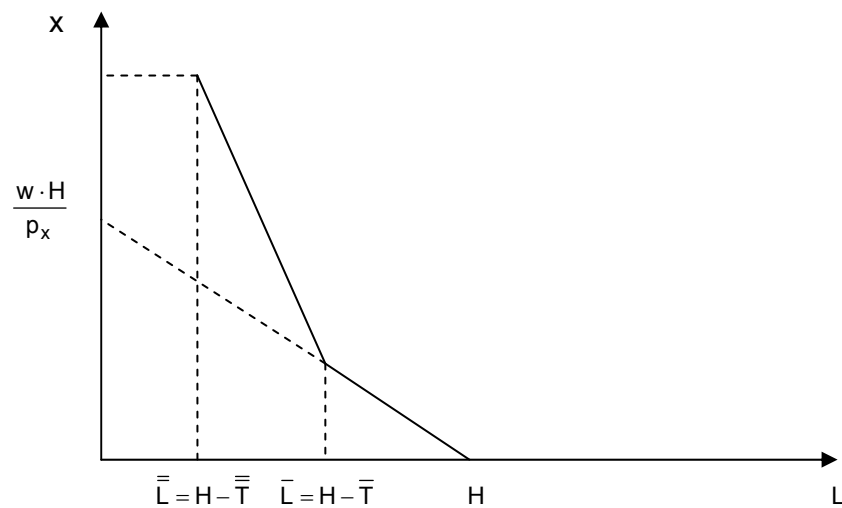


Exercice

Exprimez algébriquement la contrainte budgétaire.

(iv) Combinaison

On peut combiner, ces différents scénarios. Par exemple, la combinaison de (ii) et (iii) donne, avec  $\bar{\bar{T}}$  la limite légale du travail et  $\bar{T}$  le seuil à partir duquel il y a des heures supplémentaires ( $\bar{\bar{T}} > \bar{T}$ ) :



## 2. Différents types de taxes concevables

Quels sont maintenant les différents types de taxes concevables dans ce modèle de base qui se résume par l'équation (2) ou l'équation (3') ?

$$p_x \cdot x = w \cdot H - w \cdot L$$

ou

$$w \cdot H = p_x \cdot x + w \cdot L$$

On peut introduire<sup>1</sup> :

- un impôt sur le revenu du travail  $w \cdot T$  ;
- une taxe sur le bien X, soit unitaire (spécifique), soit ad valorem ;
- une taxe sur le loisir L ;
- un impôt sur la dotation de temps, H ;
- un impôt forfaitaire.

Nous allons par la suite passer en revue certains scénarios.

## 3. Introduction d'un impôt sur le revenu

Nous allons analyser le cas d'un impôt proportionnel sur le revenu et celui d'un impôt progressif sur le revenu.

### 3.1. Introduction d'un impôt sur le revenu proportionnel

Admettons que l'Etat introduise un impôt sur le revenu du travail à un taux proportionnel  $0 < t_R < 1$ .

Dans ce cas, l'équation (2) devient :

$$p_x \cdot x = w \cdot T - t_R \cdot w \cdot T$$
$$p_x \cdot x = (1 - t_R) \cdot w \cdot T \quad (5)$$

---

<sup>1</sup> Rappelons que nous utilisons indifféremment les termes de 'taxe' et d' 'impôt'.

L'impôt payé,  $I$ , est donné par l'équation suivante<sup>1</sup> :

$$I = t_R \cdot w \cdot T$$

Il dépendra de trois variables, le salaire  $w$  qui se dégage dans le marché du travail de l'interaction entre la demande de travail des entreprises et l'offre de travail des salariés, le taux  $t_R$  de l'impôt sur le revenu (du travail) fixé par l'Etat et la quantité de travail prestée résultant du choix de l'agent économique.

De par l'introduction de l'impôt sur le revenu au taux  $t_R$ , il apparaît un 'coin fiscal' (« *tax wedge* ») entre, d'une part, le salaire de marché,  $w$ , payé par l'acheteur du travail (salaire brut) et le salaire net ( $w_n$ ) qui restera acquis à l'agent prestant le travail, la différence étant par définition  $t_R \cdot w$ .

$$w = (1 - t_R) \cdot w + t_R \cdot w$$

$$w = w_n + t_R \cdot w \text{ avec } w_n = (1 - t_R) \cdot w$$

Un tel « *coin fiscal* » génère, *ceteris paribus*, un effet prix relatif. Ce dernier, à son tour, en règle générale, est source d'un effet de substitution qui, ici, n'est pas dû à des variations du prix relatif du travail générées par des variations de l'offre et de la demande dans le marché du travail ou dans les marchés des biens, mais est déclenché par une intervention extérieure au marché que constitue la mise en place, par l'Etat, d'un impôt.

Force est de constater que dans ce cas, les décisions respectivement d'offre et de demande de travail ne se font plus par rapport à un prix du travail unique.

Le demandeur du travail (p.ex. l'entreprise) décidera par rapport à  $w$ , l'offreur de travail (le travailleur) quant à lui décidera par rapport au salaire qui sera à sa disposition, à savoir  $w_n = (1 - t_R) w$ .<sup>2</sup>

Regardons maintenant de plus près l'impact de cet impôt  $t_R$  sur le prix relatif d'une unité de temps de loisir  $\frac{w}{p_x}$ .

L'équation (5) peut s'écrire encore :

$$p_x \cdot x = (1 - t_R) \cdot w \cdot T$$

$$p_x \cdot x = (1 - t_R) \cdot w \cdot (H - L)$$

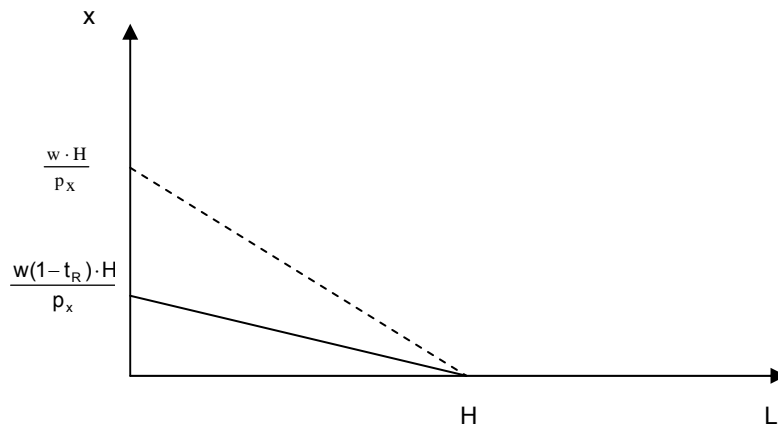
$$p_x \cdot x = (1 - t_R) \cdot w \cdot H - (1 - t_R) \cdot w \cdot L$$

<sup>1</sup> On utilise la notion «  $I$  » pour l'impôt dans la mesure où «  $T$  » est déjà utilisé pour représenter le travail.

<sup>2</sup> Nous supposons ici que l'introduction d'un impôt sur le revenu laisse inchangé le niveau du salaire de marché  $w$  avant impôt sur le revenu.

$$x = \frac{(1-t_R) \cdot w}{p_x} \cdot H - \frac{(1-t_R) \cdot w}{p_x} \cdot L \quad (5')$$

Graphiquement :



Force est de constater que le bien « *loisir* » devient relativement moins cher en termes du bien X, ce qui se traduit par la rotation de la contrainte budgétaire autour du point H.

$$\frac{(1-t_R) \cdot w}{p_x} < \frac{w}{p_x}$$

Avec un impôt sur le revenu, prendre une heure de loisir s'accompagne d'un sacrifice moindre en termes du bien X qu'en l'absence de cet effet prix relatif ou de substitution qui est d'autant plus prononcé que  $t_R$  est élevé<sup>1</sup>.

L'impôt total  $\tilde{T}$  est :

$$\begin{aligned} \tilde{T} &= t \cdot w \cdot T \\ &= t \cdot w \cdot H - t \cdot w \cdot L \end{aligned}$$

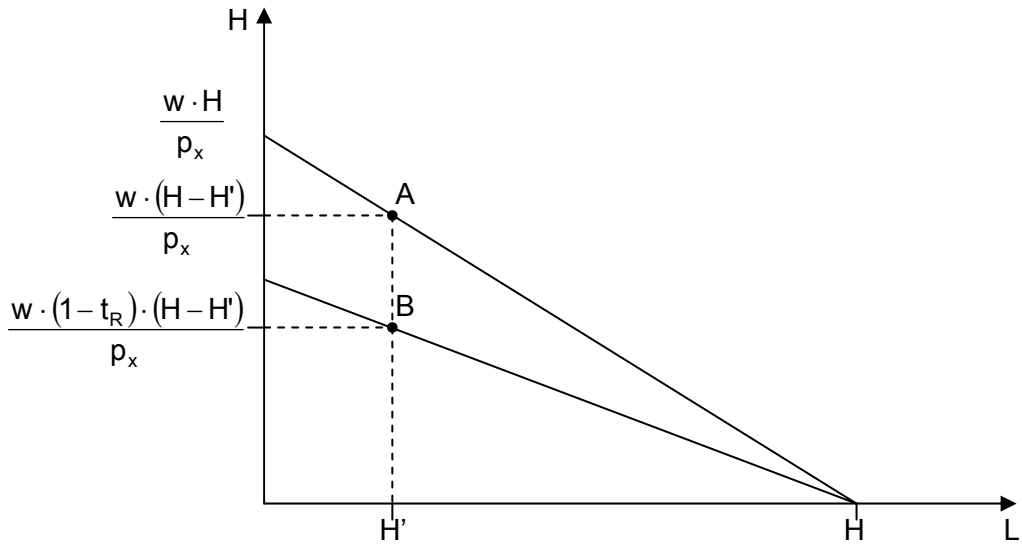
L'on trouve  $\tilde{T}$  dans le graphique ci-dessus comme suit. Supposons que  $L=H' < H$ .

L'impôt est :

$$\tilde{T} = t \cdot w \cdot (H - H')$$

<sup>1</sup> Notons déjà à ce stade que si l'on introduisait une taxe ad valorem de  $t_x = t_R$  sur le bien X, le prix relatif ne se modifierait pas.

Dans le graphique, la distance AB est égale à  $\frac{w}{p} \cdot (H - H') - (1 - t_R) \cdot \frac{w}{p_x} \cdot (H - H') = t_R \cdot \frac{w}{p_x} \cdot (H - H')$ . Partant,  $\tilde{T} = p_x \cdot AB$ .

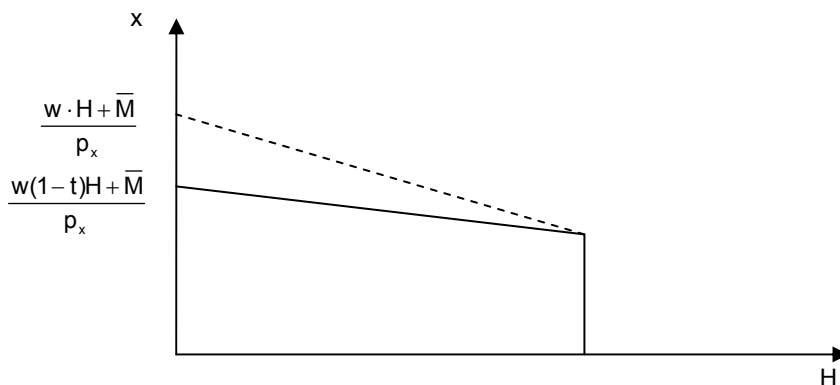


Pour terminer, notons que souvent l'on suppose qu'il existe à côté du revenu du travail endogène  $w \cdot T$  encore un revenu exogène p.ex. un revenu de capital ou un transfert de l'Etat,  $\bar{M}$ . Dans ce cas, comme nous venons de le voir, la contrainte s'écrit :

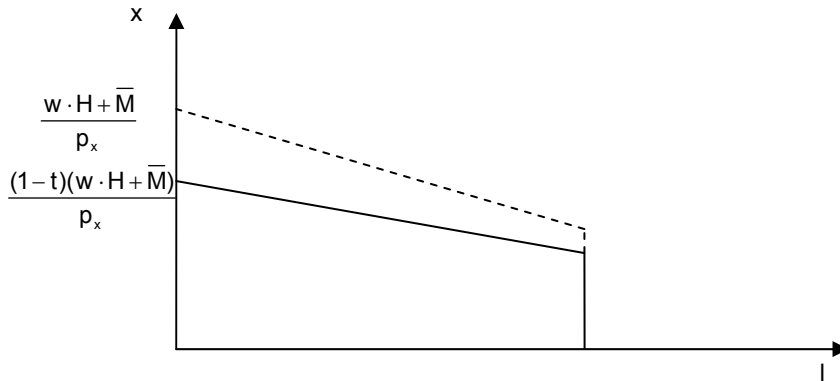
$$x = \frac{\bar{M} + w \cdot H}{p_x} - \frac{w}{p_x} \cdot l$$

En présence d'un « *impôt sur le revenu* », il y a alors lieu de préciser si l'impôt s'applique au seul revenu du travail,  $w \cdot T$ , ou à l'ensemble du revenu  $w \cdot T + \bar{M}$ . A noter qu'en pratique, et en règle générale,  $\bar{M}$  est imposable s'il s'agit d'un revenu de facteur de production, p.ex. de capital, tandis que s'il s'agit d'un transfert de l'Etat p.ex. d'un subside, la situation varie.

Dans le cas où seul est imposé au taux proportionnel le travail, alors on a :



Si le revenu exogène est également imposé, on a :



Exercice

Comparez les résultats si on a  $w=1, t \cdot w=0, p_x > 0$  et  $t_x > 0$ , si on a  $p_x=1, t_x=0, w > 0$  et  $t \cdot w > 0$  et si on a  $w > 0, t \cdot w > 0, p_x > 0$  et  $t_x > 0$ .

**3.2. Introduction d'un impôt progressif sur le revenu**

3.2.1. Premier modèle

Soit un impôt sur le revenu du travail qui se caractérise par l'existence d'un revenu minimum exonéré de l'impôt,  $\bar{R}$ , et par l'application d'un taux  $t' > 0$  au montant du revenu dépassant le niveau de revenu  $\bar{R}$ .

De par l'existence d'un revenu minimum exonéré, on a, indirectement, pour un salaire  $w$  donné, une quantité de travail maximale  $\bar{T}$ , avec  $\bar{T} = \frac{\bar{R}}{w}$ , dont le revenu généré n'est pas imposé.

La période d'imposition correspond à la période  $H$  où est généré le revenu.

Donc :<sup>1</sup>

- Si  $R < \bar{R}$ , donc si  $T \leq \bar{T} = \frac{\bar{R}}{w}$ , c'est-à-dire que  $w \cdot T \leq w \cdot \bar{T} = \bar{R}$ , l'impôt  $\tilde{T}$  est nul et la contrainte budgétaire est :

$$w \cdot T = p_x \cdot x$$

<sup>1</sup> Rappelons que l'on aurait le même impôt progressif si on avait un taux d'imposition nul qui s'appliquerait à la partie du revenu inférieure à  $\bar{R}$  et avec un taux  $t$  sur le revenu dépassant  $\bar{R}$ .

$$w \cdot (H - I) = p_x \cdot x$$

$$p_x \cdot x = w \cdot H - w \cdot I$$

- Si  $R > \bar{R}$ , donc si  $T > \bar{T} = \frac{\bar{R}}{w}$ , alors l'impôt  $\tilde{T}$  est :

$$\tilde{T} = t' \cdot (w \cdot T - w \cdot \bar{T})$$

$$\tilde{T} = t' \cdot w \cdot (T - \bar{T})$$

Partant, on doit écrire la contrainte budgétaire comme :

$$p_x \cdot x = w \cdot T - \tilde{T}$$

$$= w \cdot T - t' \cdot w \cdot (T - \bar{T})$$

$$= w \cdot T - t' \cdot w \cdot T + t' \cdot w \cdot \bar{T}$$

$$= (1 - t') \cdot w \cdot T + t' \cdot w \cdot \bar{T}$$

$$= (1 - t') \cdot w \cdot (H - I) + t' \cdot w \cdot \bar{T}$$

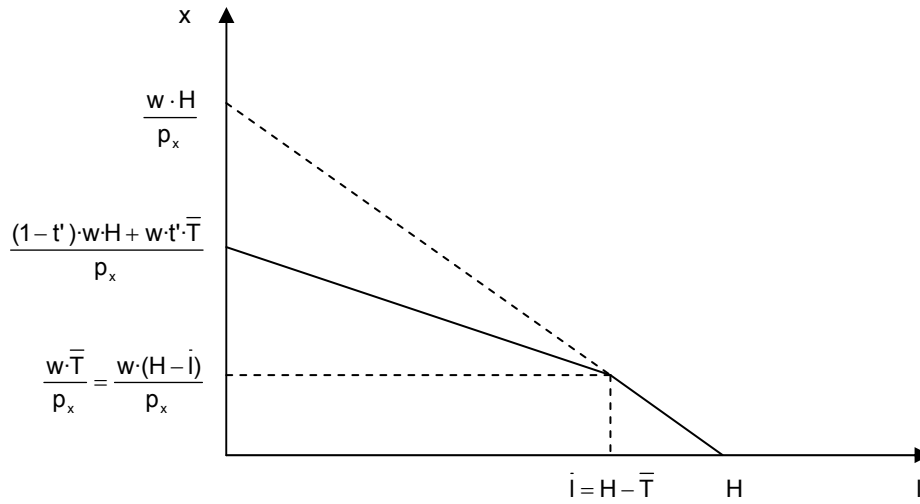
$$= (1 - t') \cdot w \cdot H - (1 - t') \cdot w \cdot I + w \cdot t' \cdot \bar{T}$$

Donc:

$$x = (1 - t') \cdot \frac{w}{p_x} \cdot H - (1 - t') \cdot \frac{w}{p_x} \cdot I + \frac{w}{p_x} \cdot t' \cdot \bar{T}$$

Notons que si  $I=0$  ( $T=H$ ), on a  $x = \frac{(1 - t') \cdot w \cdot H + w \cdot t' \cdot \bar{T}}{p_x}$ .

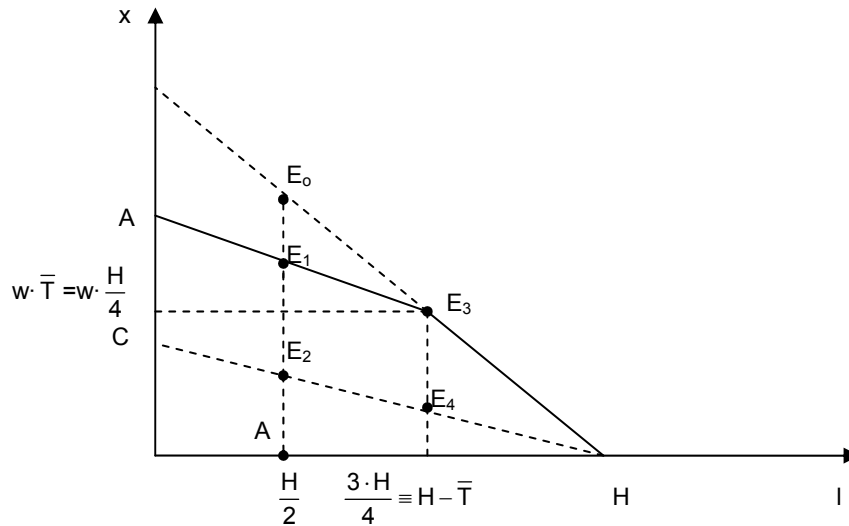
Graphiquement, cela donne:



Pour bien saisir les propriétés de cette contrainte budgétaire d'un impôt progressif, développons un exemple.

Supposons que  $\bar{T} = \frac{H}{4}$  et analysons le cas où  $l = \frac{H}{2}$ .

La contrainte budgétaire<sup>1</sup> est  $[AE_3B]$ .



Pour  $l = \bar{T} = \frac{H}{2}$ , on a un revenu avant impôt de  $w \cdot \frac{H}{2} = AE_0$ .

<sup>1</sup> Pour simplifier le graphique, on suppose  $p_x = 1$ .

L'impôt, quant à lui, est :

$$\begin{aligned} & t \cdot w \cdot \frac{H}{2} - t \cdot w \cdot \bar{T} \\ & = t \cdot w \cdot \frac{H}{4} = E_0 E_1 \end{aligned}$$

Si on avait que  $\bar{T} = 0$  avec un taux proportionnel égal au taux marginal positif de l'impôt progressif,  $t'$ , la contrainte serait la droite [CH].

Dans ce cas, l'impôt serait  $t \cdot w \cdot \frac{H}{2} = E_0 E_2 = 2 \cdot E_0 E_1$ .

La différence  $E_0 E_2 - E_0 E_1 = E_1 E_2 = E_3 E_4$  est précisément l'économie d'impôt due à l'existence du revenu minimum exonéré. Cette différence est :

$$t \cdot w \cdot \frac{H}{2} - t \cdot w \cdot \frac{H}{4} = t \cdot w \cdot \frac{H}{4}$$

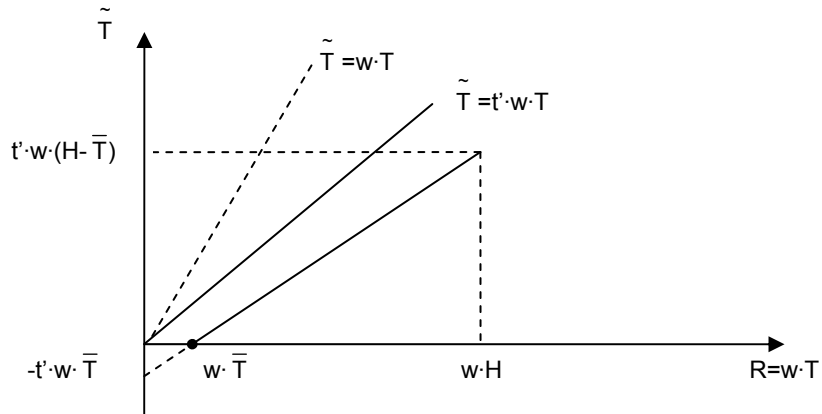
Quant à l'impôt total,  $\tilde{T}$ , nous avons :

- si  $R \leq \bar{R}$ , donc si  $T < \bar{T}$ ,  $\tilde{T} = 0$
- si  $R > \bar{R} = w \cdot \bar{T}$ , donc si  $T > \bar{T}$

$$\begin{aligned} \tilde{T} &= t' \cdot w \cdot (T - \bar{T}) \\ &= t' \cdot w \cdot T - t' \cdot w \cdot \bar{T} \end{aligned}$$

avec  $\frac{d\tilde{T}}{dT} = t' \cdot w$

Graphiquement:



Quant au taux d'imposition moyen  $t_M$ , on a que:

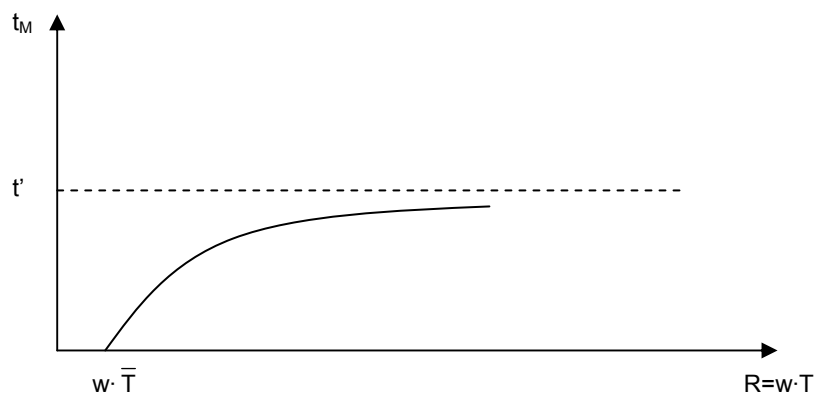
- Si  $T \leq \bar{T}$  :  $t_M = \frac{0}{w \cdot T} = 0$

- Si  $T > \bar{T}$  :

$$t_M = \frac{\tilde{T}}{w \cdot T} = \frac{t' \cdot w \cdot T - t' \cdot w \cdot \bar{T}}{w \cdot T}$$

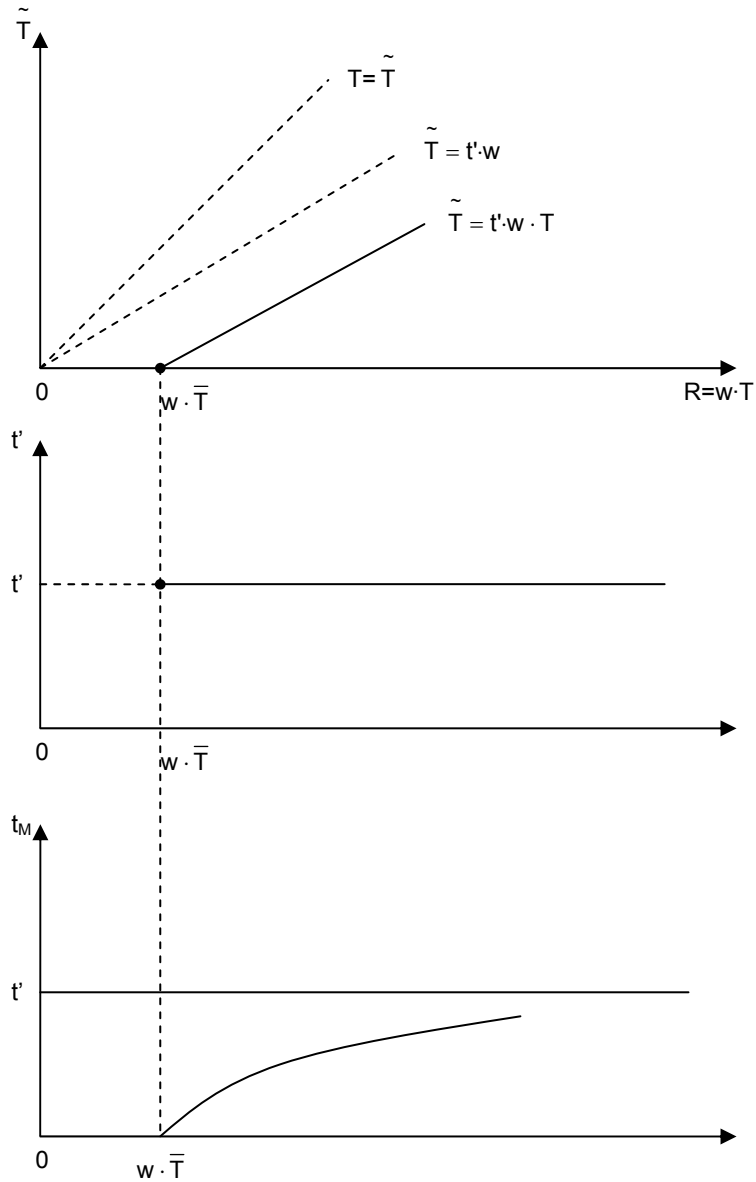
$$= t' - t' \cdot \frac{\bar{T}}{T}$$

Force est de constater que si  $T \uparrow$ , le taux moyen d'imposition augmente.<sup>1</sup> Plus précisément, il va s'approcher asymptotiquement de  $t'$  si  $T$  augmente.



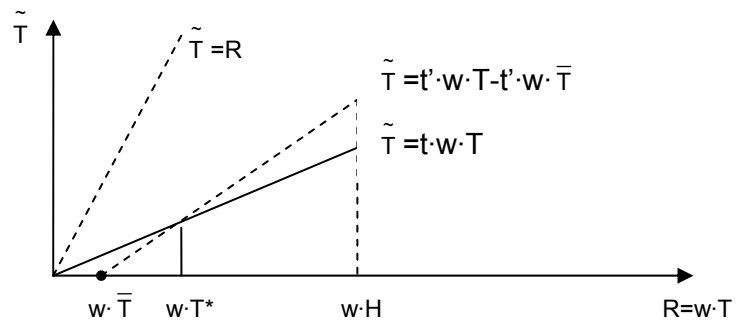
<sup>1</sup> Il est référé à l'unité 4 pour une analyse plus approfondie d'un impôt sur le revenu progressif.

En résumé, on a :

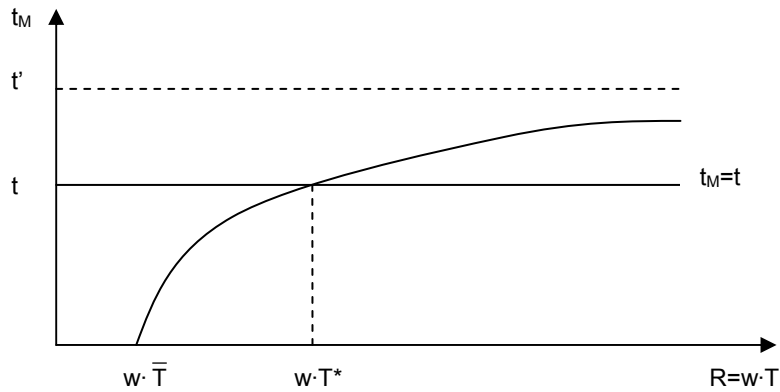


Comparons encore l'impôt proportionnel à l'impôt progressif.

Dans le graphique suivant, on a que le taux positif unique  $t'$  de l'impôt progressif est tel que  $t' > t$  et que l'intersection entre les deux impôts se fait avant la limite  $w \cdot H$ .

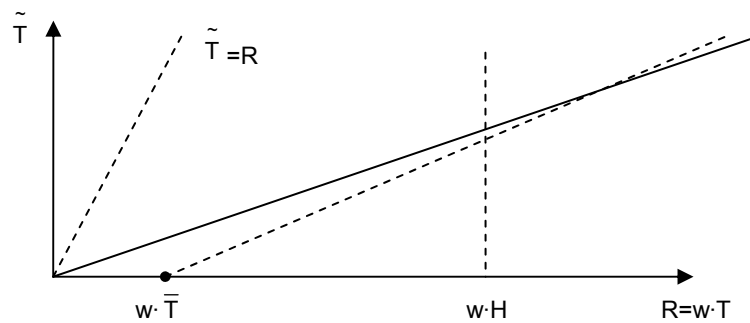


Sur le plan du taux moyen, on a dans ce cas :



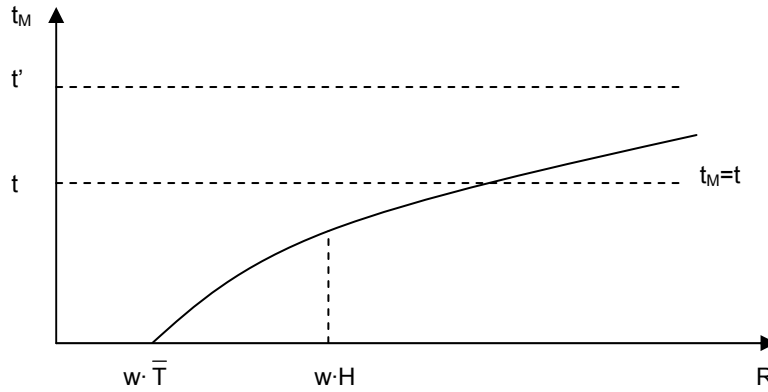
On pourrait également avoir le cas où certes  $t' > t$ , mais où l'intersection entre les impôts totaux se ferait dans la partie économiquement non pertinente ou  $R > w \cdot H$ .

Dans ce cas, dans la zone économiquement pertinente on a toujours que la charge fiscale correspondant à l'impôt progressif est inférieure à celle de l'impôt proportionnel même si le taux marginal pour le premier est supérieur au taux proportionnel du second. Ce cas n'est pas très intéressant pour nos analyses et on va l'ignorer par après.<sup>1</sup>

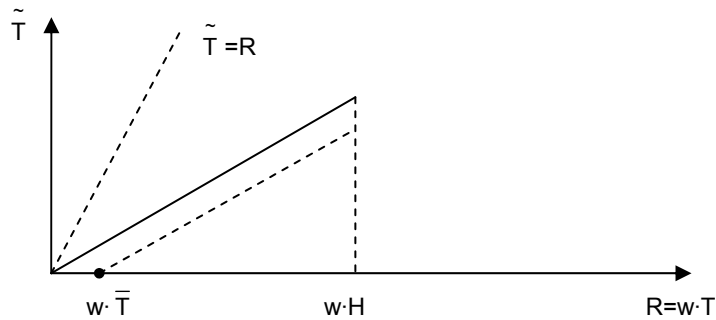


<sup>1</sup> C'est le cas si  $t < t' < t \cdot \frac{H}{H - \bar{T}}$  ou  $\frac{t' - t}{t} < \frac{\bar{T}}{H - \bar{T}}$ .

Sur le plan du taux moyen, on aurait dans ce dernier cas :



Finalement, on pourrait encore avoir que l'impôt progressif se caractérise par un taux  $t$  égal à celui de l'impôt proportionnel.



Exercices

- (i) Soit un barème où une première tranche de revenu n'est pas imposée et où le revenu au-delà, appartenant à la deuxième et dernière tranche, infinie, est taxé à  $t$ .

Montrez que, par rapport à cette tranche, cela revient au même si l'on prend le taux marginal de cette deuxième tranche pour constituer le taux proportionnel d'un autre barème, accompagné d'un crédit d'impôt égal au taux  $t$  fois la longueur de la première tranche.

En dégagez la différence économique entre taux moyen d'imposition et taux marginal.

- (ii) Refaites ce modèle en supposant qu'il existe également une taxe spécifique sur la consommation de sorte que  $p_x$  devient  $p_x+t_c$ . Existe-t-il une différence structurelle entre  $t_c$  et le présent tarif d'impôt sur le revenu ? Votre réponse changerait-elle si l'impôt sur le revenu était proportionnel comme dans la section 3.1 ? [Conseil : Comparez la

charge fiscale totale de quelqu'un dont le revenu du travail est  $w \cdot T < w \cdot \bar{T}$  et de quelqu'un dont le revenu du travail est  $w \cdot T > w \cdot \bar{T}$  .]

### 3.2.2. Deuxième modèle

Soit un impôt sur le revenu qui est défini par le barème suivant :

| tranche de revenu                           | taux de tranche ou taux marginal |
|---|----------------------------------|
| $0 - w \cdot \frac{H}{4}$                   | 0%                               |
| $w \cdot \frac{H}{4} - w \cdot \frac{H}{2}$ | t%                               |
| $w \cdot \frac{H}{2} -$                     | t' % (t' > t)                    |

Regardons de plus près ce tarif :

- Si  $0 < T \leq \frac{H}{4}$ , on a  $w \cdot T \leq w \cdot \frac{H}{4}$  de sorte que la charge fiscale est nulle et la contrainte budgétaire, en supposant  $p_x=1$ , est :

$$\begin{aligned}
 x &= w \cdot T \\
 &= w \cdot H - w \cdot L
 \end{aligned}$$

Notons que si  $L=H$ ,  $x=0$  et si  $L=0$ ,  $T=H$ , de sorte que l'on a  $x=w \cdot H$ .

- Si  $\frac{H}{4} \leq T < \frac{H}{2}$ , la charge fiscale  $\tilde{T}$  est égale à :

$$\tilde{T} = t \cdot w \cdot \left( T - \frac{H}{4} \right)$$

La contrainte budgétaire est :

$$\begin{aligned}
 x &= w \cdot T - \tilde{T} \\
 &= w \cdot T - w \cdot t \cdot T + w \cdot t \cdot \frac{H}{4} \\
 &= w \cdot H - w \cdot l - t \cdot w \cdot H + t \cdot w \cdot l + w \cdot t \cdot \frac{H}{4}
 \end{aligned}$$

$$= (1-t) \cdot w \cdot H - (1-t) \cdot w \cdot L + t \cdot w \cdot \frac{H}{4}$$

- Si  $L = T = \frac{H}{2}$ , on a une charge fiscale égale à la contrainte budgétaire :

$$\tilde{T} = t \cdot w \cdot \frac{H}{2}$$

$$\begin{aligned} x &= (1-t) \cdot w \cdot H - (1-t) \cdot w \cdot \frac{H}{2} + t \cdot w \cdot \frac{H}{4} \\ &= w \cdot \frac{H}{2} - t \cdot w \cdot H \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) \\ &= w \cdot \frac{H}{2} \left(1 - \frac{t}{2}\right) \end{aligned}$$

Même si ce panier n'est pas atteignable, il est utile de noter algébriquement que si  $L=0$ , alors :

$$\begin{aligned} x &= (1-t) \cdot w \cdot H + t \cdot w \cdot \frac{H}{4} \\ &= w \cdot H \cdot \left(1 - t + \frac{t}{4}\right) \\ &= w \cdot H \cdot \left(1 - \frac{3t}{4}\right) \end{aligned}$$

- Si  $T > \frac{H}{2}$ , alors l'impôt est :

$$\begin{aligned} \tilde{T} &= 0 \cdot \frac{H}{4} + t \cdot w \cdot \frac{H}{4} + t' \cdot w \cdot \left(T - \frac{H}{2}\right) \\ &= w \cdot t \cdot \frac{H}{4} + w \cdot t' \cdot \left(T - \frac{H}{2}\right) \\ &= w \cdot t \cdot \frac{H}{4} - w \cdot t' \cdot \frac{H}{2} + w \cdot t' \cdot T \end{aligned}$$

Cette dernière expression

$$\begin{aligned} &w \cdot t' \cdot T - \left[ w \cdot t' \cdot \frac{H}{2} - w \cdot t \cdot \frac{H}{4} \right] \\ &= w \cdot t' \cdot T - w \cdot H \cdot \left[ \frac{t'}{2} - \frac{t}{4} \right] \end{aligned}$$

nous indique que la charge fiscale sur  $T > \frac{H}{2}$  dépend également des taux d'imposition marginaux précédents, à savoir  $t\%$  et  $0\%$  ainsi que de la longueur des tranches où ces taux respectifs s'appliquent.

Cela explique que toute modification du tarif portant respectivement sur la longueur de la première tranche à  $0\%$  ou sur un ou les deux premiers taux marginaux ( $0\%$  et  $t\%$ ) se répercutera également sur la charge fiscale de ceux dont  $T > \frac{H}{2}$ . Par exemple, un élargissement de la tranche à taux  $0$  réduira également la charge fiscale de ceux ayant un revenu élevé tel que  $w \cdot T > w \cdot \frac{H}{2}$ .

Exercice

Supposez que le tarif soit :

| tranche de revenu                           | taux de tranche |
|---|-----------------|
| $0 - w \cdot \frac{H}{8}$                   | $0\%$           |
| $w \cdot \frac{H}{8} - w \cdot \frac{H}{4}$ | $t\%$           |
| $w \cdot \frac{H}{4} -$                     | $t'\%$          |

Quelle est alors la charge fiscale pour  $T > \frac{H}{2}$  ?

Notons que si  $T=H$  :

$$\tilde{T} = w \cdot H \cdot \left( \frac{t'}{2} + \frac{t}{4} \right)$$

Quant à la contrainte budgétaire, on a :

$$\begin{aligned} x &= w \cdot T - \tilde{T} \\ &= w \cdot T - w \cdot t \cdot \frac{H}{4} - w \cdot t' \cdot \left( T - \frac{H}{2} \right) \\ &= w \cdot H - w \cdot l - w \cdot t \cdot \frac{H}{4} - w \cdot t' \cdot H + w \cdot t' \cdot l + t' \cdot w \cdot \frac{H}{2} \\ &= w \cdot H \cdot \left( 1 - \frac{t}{4} - \frac{t'}{2} \right) - w \cdot (1 - t') \cdot l \end{aligned}$$

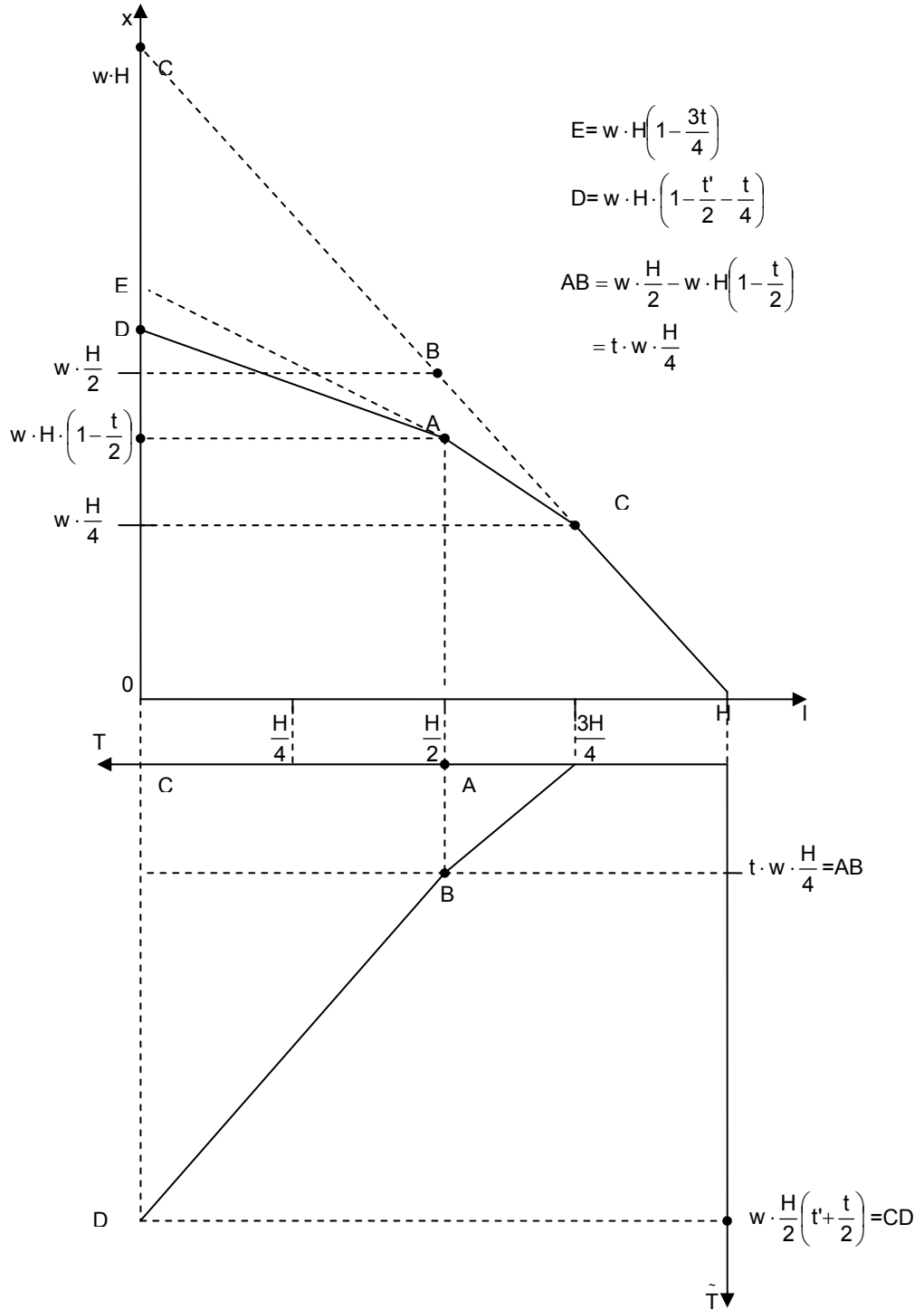
- Si  $l = \frac{H}{2}$ , alors :

$$x = w \cdot \frac{H}{2} \cdot \left(1 - \frac{t}{2}\right)$$

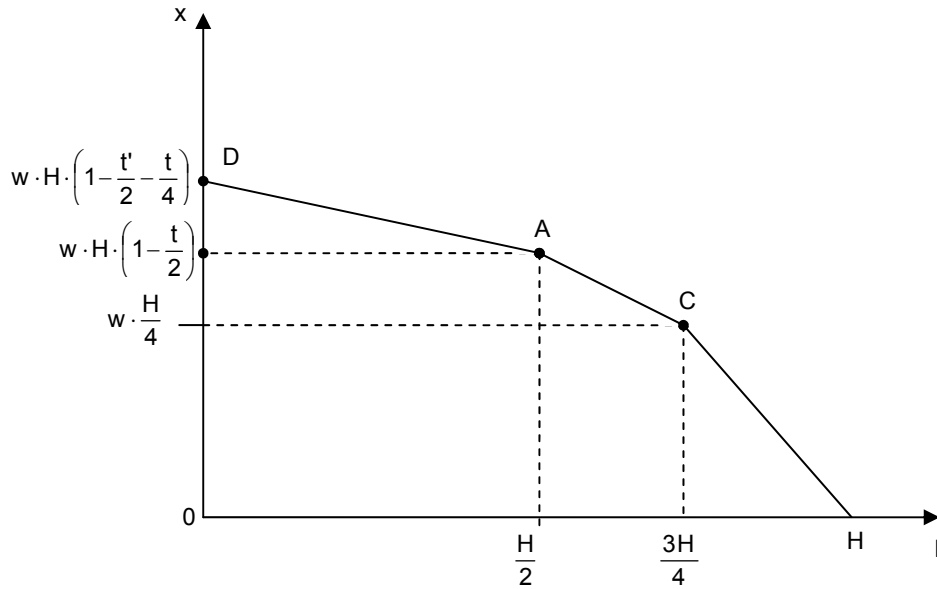
et si  $T=H$

$$x = w \cdot H \cdot \left(1 - \frac{t}{4} - \frac{t'}{2}\right)$$

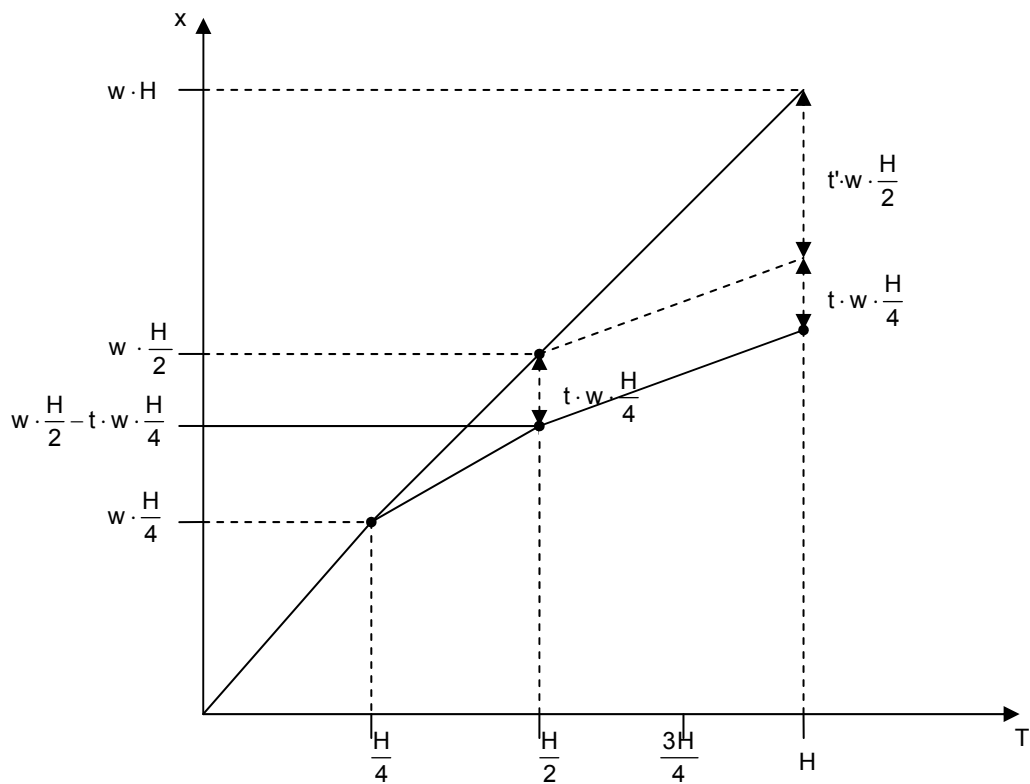
Graphiquement, nous avons :



En réduisant le graphique précédent à l'essentiel, on a :

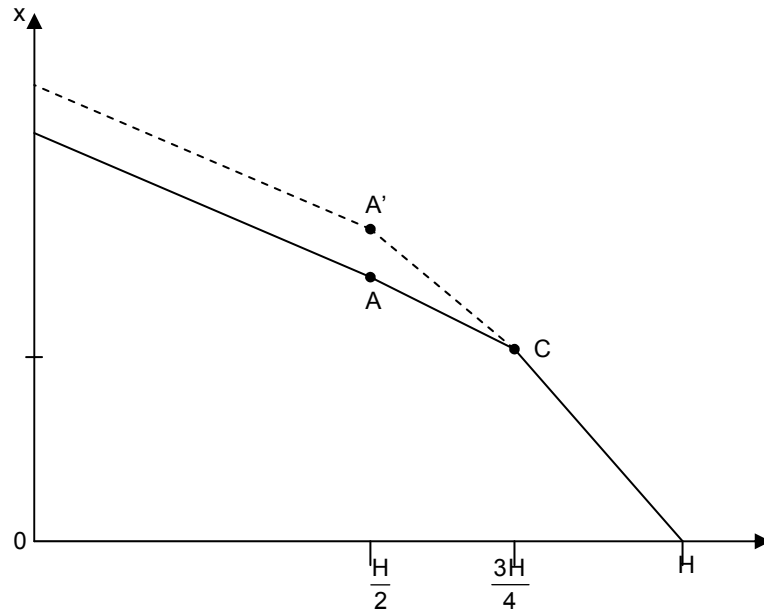


De façon équivalente, on obtient, en construisant le graphique de la relation entre le bien  $X$  et le travail  $T$  :



Analysons encore ce qui se passe si le taux marginal  $t$  est augmenté, le reste du barème restant inchangé.

Dans ce cas, on a :



Une hausse du taux marginal  $t$  augmente, par rapport au niveau initial, graduellement l'impôt total le long de la tranche  $\left[\frac{3H}{4}, \frac{H}{2}\right]$  avec une augmentation maximale si  $T = \frac{H}{2}$  et égale à  $AA' = \Delta t \cdot w \cdot \frac{H}{2}$ . Tout au long de cette tranche, la hausse  $\Delta t$  de  $t$  s'accompagne d'une augmentation du taux d'imposition moyen.

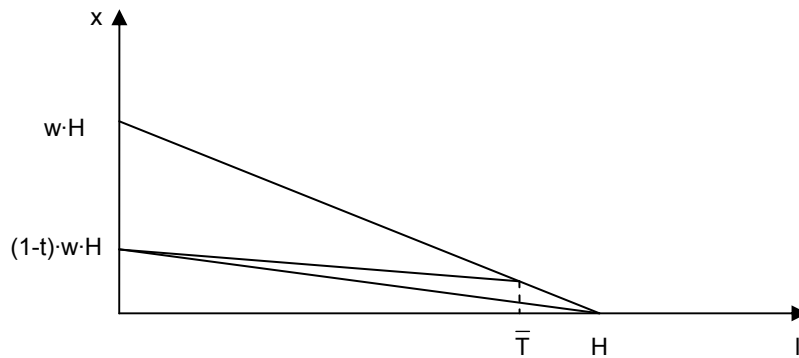
Si  $T > \frac{H}{2}$ , il continue à s'appliquer le taux marginal maximal inchangé  $t'$  de sorte que quiconque travaille  $T > \frac{H}{2}$ , c'est-à-dire a un revenu imposable  $wT > w \cdot \frac{H}{2}$ , va voir sa charge fiscale augmentée de  $\Delta t \cdot w \cdot \frac{H}{2}$ , peu importe le niveau précis  $T > \frac{H}{2}$ .

Donc, pour quelqu'un où  $T > \frac{H}{2}$ , si le taux d'imposition moyen augmente, le taux d'imposition marginal  $t'$  ne change pas, c'est-à-dire ce sera la même fraction  $t'$  de chaque euro additionnel gagné qui continuera à être prélevée.

Autrement dit, l'augmentation de  $t$  se limite, de par la hausse du taux d'imposition moyen et de par l'absence d'une modification de  $t'$ , à un pur effet de revenu si  $T > \frac{H}{2}$ .

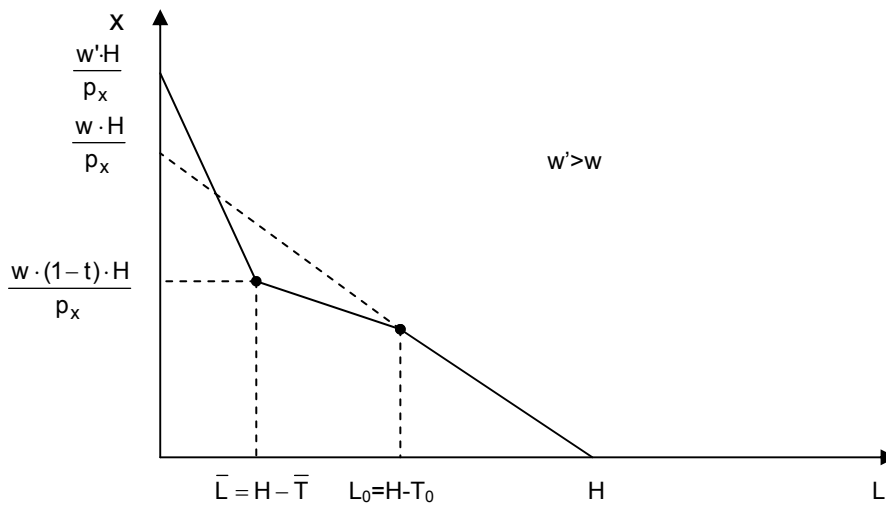
Exercices

- (i) Refaites l'analyse précédente en supposant que si  $T < \bar{T}$ , non seulement le contribuable ne paie pas d'impôt, mais qu'il reçoit un transfert positif de l'Etat qui est à son maximum  $E_3E_4$  si  $T=0$  pour, par après, diminuer linéairement et pour s'annuler si  $T=\bar{T}$ . Un tel cas est représentatif de ce que l'on appelle un « *impôt négatif* ».
- (ii) Interprétez le cas suivant:



**3.3. Introduction d'un impôt progressif et présence d'heures supplémentaires**

Si, pour le reste, on a que les heures prestées au-delà de  $\bar{T}$  sont des heures supplémentaires qui sont rémunérées à un taux  $w' > w$  et qui, de surcroît, sont exonérées d'impôts, on obtient le graphique ci-après :



Exercices

- (i) Tracez le graphique pour un impôt progressif où il existe un revenu minimum exonéré et au-delà duquel il s'applique un taux d'imposition de 100%.
- (ii) Dégagez les caractéristiques d'un impôt progressif tel que pour  $T=H$ , il dégage un niveau d'impôt égal à un impôt proportionnel.

**4. Introduction d'une taxe sur le loisir  $l$**

L'on peut également concevoir une taxe  $k$  sur le loisir, à raison de  $k$  unités monétaires par unité de temps de loisir.

Dans ce cas, la contrainte budgétaire devient :

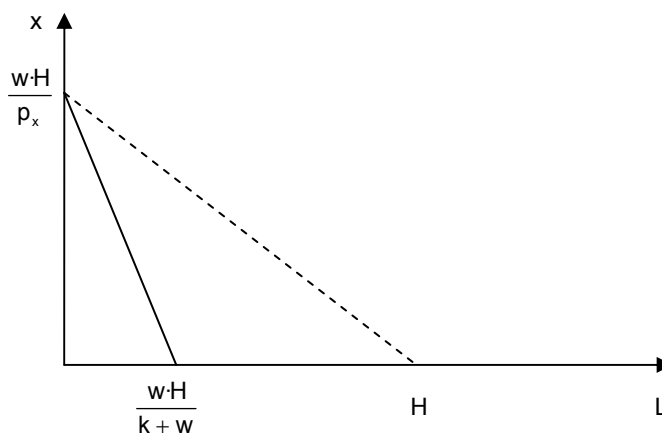
$$w \cdot T = p_x \cdot x + k \cdot L$$

$$w \cdot (H - L) = p_x \cdot x + k \cdot L$$

$$w \cdot H = p_x \cdot x + (k + w) \cdot L$$

Le prix relatif du loisir augmente :

$$\left| \frac{dx}{dl} \right| = \frac{k + w}{p_x} > \frac{w}{p_x}$$



On voit que le consommateur n'a plus la possibilité de choisir de prendre  $H$  unités de loisir. Ce n'est pas parce que la dotation  $H$  aurait changé ou que physiquement il ne pourrait plus prendre  $H$  unités de loisir, mais cela découle du fait qu'il doit payer, et financer, un impôt qui repose sur le loisir. On approfondira par après cette problématique.

Comment trouver algébriquement le point  $\left(\frac{w}{k+w} \cdot H; 0\right)$  de la nouvelle contrainte budgétaire ?

Notons qu'à ce point, on a que :

$$\begin{aligned} T &= H - \frac{w}{k+w} \cdot H \\ &= H \cdot \left(1 - \frac{w}{k+w}\right) \\ &= H \cdot \frac{k}{k+w} \end{aligned}$$

Cette quantité de travail génère un revenu du travail.

$$w \cdot T = \frac{w \cdot k}{k+w} \cdot H$$

Or, prendre  $\frac{w}{k+w} \cdot H$  d'unités de loisir entraîne une charge fiscale de  $k \cdot \frac{w}{k+w} \cdot H$ .

D'où, c'est précisément le montant du revenu qui correspond à ce choix, revenu qui permet tout juste de payer la taxe sur le loisir.

## 5. Introduction d'une taxe ad valorem $t_x$

### 5.1. L'impact d'une taxe ad valorem sur le bien X<sup>1</sup>

Si l'on introduit une taxe ad valorem  $t_x$  sur le bien X, le prix à payer par l'agent économique devient, en supposant, comme toujours, que la taxe se répercute entièrement sur le prix à payer par le demandeur,  $p_x (1 + t_x)$ .

Le prix que paiera le demandeur pour le bien X sera  $p_x \cdot (1 + t_x)$ . Le prix que recevra le vendeur sera  $p_x$ . Partant, demandeur et offreur décideront par rapport à des prix différents.

---

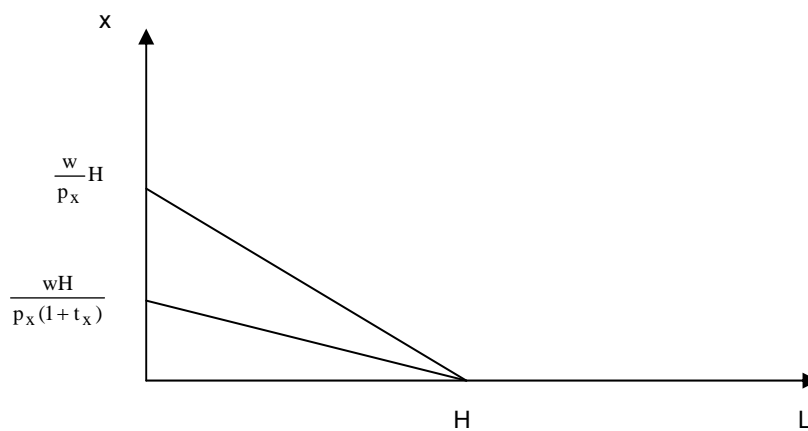
<sup>1</sup> Une fois étudiée la section 4.1, refaites l'analyse avec une taxe unitaire (spécifique)  $t_x$ . Pour rappel, une taxe unitaire est un certain montant d'unités monétaires par unité physique du bien. Donc, si la taxe  $t_x$  se répercute entièrement sur le prix à payer par le consommateur, ce dernier devient  $p_x + t_x$ , à la différence d'une taxe ad valorem  $t_x$ , où le prix à payer par le consommateur devient  $p_x \cdot (1 + t_x)$ .

L'introduction de la taxe ad valorem est à l'origine d'un coin fiscal qui, à son tour, peut être à l'origine d'un effet prix relatif.

On peut montrer que, avec l'introduction de la taxe ad valorem, on obtient la contrainte budgétaire :

$$x = \frac{w}{p_x(1+t_x)} H - \frac{w}{p_x(1+t_x)} \cdot L \quad (6)$$

Graphiquement :



De nouveau, l'on a une variation du prix relatif du loisir, et, plus précisément, une baisse de ce dernier.

$$\frac{w}{p_x(1+t_x)} < \frac{w}{p_x}$$

Qualitativement, cet impact est identique à celui de la mise en place d'un impôt sur le revenu.

La taxe  $I$  perçue par l'Etat sera<sup>1</sup> :

$$I = t_x \cdot p_x \cdot X$$

Son montant dépendra du prix de marché hors taxes,  $p_x$ , de la taxe  $t_x$  et de la quantité du bien  $X$  que choisira finalement d'acheter et de consommer l'agent économique.

<sup>1</sup> Strictement parlant, il faudrait parler de la taxe payée par l'agent économique. Toutefois, nous nous permettons cette généralisation que l'on peut justifier en considérant qu'il y existe  $n$  agents économiques. A ce moment, la quantité  $x$  n'est plus celle achetée par un agent économique, mais celle achetée par les  $n$  agents économiques.

Elle peut, en recourant à l'équation (6), également s'écrire comme suit :

$$\begin{aligned} I &= \frac{t_x \cdot p_x \cdot w}{p_x (1 + t_x)} \cdot H - \frac{w \cdot t_x \cdot p_x}{p_x (1 + t_x)} \cdot L \\ &= \frac{t_x}{1 + t_x} \cdot w \cdot (H - L) \\ &= \frac{t_x}{1 + t_x} \cdot w \cdot T \end{aligned}$$

Dans la section précédente, où l'on a introduit un impôt sur le revenu  $t_R$ , il a été constaté que la recette fiscale  $I$  de l'Etat est :

$$I = t_R \cdot w \cdot T$$

Force est de constater que, d'un côté, la mise en place d'un impôt sur le revenu à un taux  $t_R$  tel que  $t_R = \frac{t_x}{1 + t_x}$  où  $t_x$  serait le taux ad valorem sur le

bien X et, de l'autre côté, l'introduction d'un impôt ad valorem au taux  $t_x$  sans impôt sur le revenu, reviendraient au même.

Par exemple, introduire une taxe ad valorem de 100% sur le bien X est identique à l'introduction d'un impôt sur le revenu à un taux de 50%.

## 5.2. Impact combiné d'une taxe ad valorem sur le bien X et d'une taxe sur le loisir

Nous avons vu dans le modèle élémentaire ( $R, p_x, p_y$ ) que si l'on introduit la même taxe ad valorem<sup>1</sup> sur l'autre bien Y, l'effet prix relatif est annulé, les deux taxes se compensant exactement sur ce plan.

Dans le présent modèle, le deuxième « bien » est le loisir L.

Analysons ce qui se passe si nous introduisons, à côté de  $t_x$ , une taxe unitaire  $k$  sur le loisir, en faisant pour le moment abstraction de la praticabilité d'une telle taxe.

Dans ce cas, on aura :

$$p_x \cdot (1 + t_x) \cdot x = w \cdot T - k \cdot L$$

<sup>1</sup> Nous avons vu au titre I qu'une taxe ad valorem peut également s'exprimer comme une taxe unitaire. Soit  $t_x$  la taxe ad valorem. Introduire cette taxe ou introduire une taxe unitaire  $t'_x$  tel que  $t'_x = t_x \cdot p_x$  revient au même.

$$p_x \cdot (1 + t_x) \cdot x = w \cdot H - w \cdot L - k \cdot L$$

$$p_x \cdot (1 + t_x) \cdot x = w \cdot H - (w + k) \cdot L$$

$$x = \frac{w}{p_x(1+t_x)} \cdot H - \frac{w+k}{p_x(1+t_x)} \cdot L \quad (7)$$

Nous constatons que pour que, en présence de la taxe ad valorem  $t_x$ , la taxe unitaire  $k$  sur le loisir permette d'éviter un effet prix relatif,  $k$  doit être tel que :

$$\frac{w}{p_x} = \frac{w+k}{p_x \cdot (1+t_x)}$$

Donc, il faudrait fixer  $k$  à  $t_x \cdot w$ .

De la sorte, l'on aurait  $\frac{w+k}{p_x \cdot (1+t_x)} = \frac{w+t_x \cdot w}{p_x \cdot (1+t_x)} = \frac{w(1+t_x)}{p_x \cdot (1+t_x)} = \frac{w}{p_x}$ .

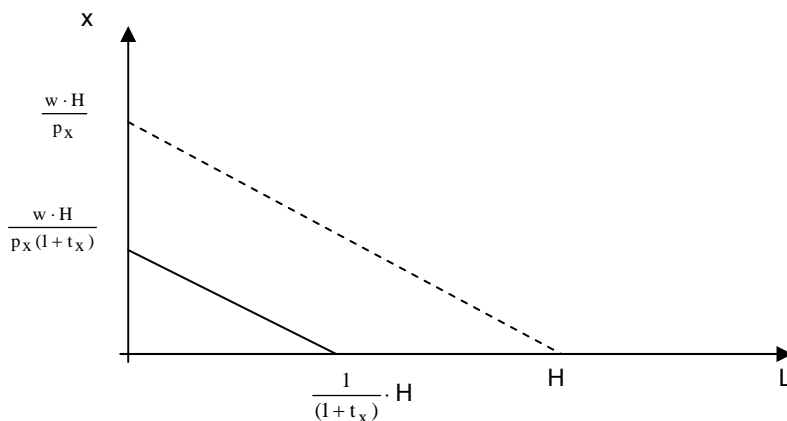
Dans ce cas, l'équation (7) deviendrait

$$x = \frac{w}{p_x \cdot (1+t_x)} \cdot H - \frac{w}{p_x} \cdot L \quad (7')$$

Il en ressort que cette taxe est fonction de la taxe ad valorem  $t_x$  et du salaire, la première variable  $t_x$  étant fixée par l'Etat, la deuxième,  $w$ , par le marché, les deux étant en dehors du choix individuel de l'agent économique.

Partant, si le salaire de marché  $w$  se modifiait, l'Etat, pour assurer la neutralité en matière de prix relatif, devrait ajuster  $k$ .

Graphiquement, on a :



Si nous regardons de plus près la taxe  $k = t_x \cdot w$  par unité de loisir, nous constatons qu'au numérateur du prix relatif, qui lui reste inchangé, on a  $w + w \cdot t_x = w(1+t_x)$ .

Force est de constater que la taxe unitaire  $k$  est équivalente, quant à l'effet sur le prix relatif, à un subside ad valorem,  $t_x$ , sur le salaire. Nous reviendrons plus tard sur ce constat.

En regardant maintenant le graphique ci-dessus, nous constatons qu'en présence d'une taxe ad valorem  $t_x$  et de la taxe  $k = t_x w$  sur chaque unité de loisir, l'agent économique, en n'achetant pas du bien X, peut 'consommer' au plus  $\frac{1}{1+t_x} H$  unités de loisir et, partant, n'a plus la possibilité de prendre

$H$  unités de loisir, chose possible dans le cas de la seule taxe ad valorem et, a fortiori, en l'absence de toute taxe.

Intuitivement, ceci s'explique comme suit.

Prendre du loisir s'accompagne de l'obligation de paiement d'une taxe. Pour payer cette taxe, il faut forcément un revenu de travail, le seul revenu possible – dans ce modèle - de l'agent économique, et partant, il doit travailler un certain nombre d'heures.

Dans le cas précis où il choisirait  $L = \frac{1}{1+t_x} \cdot H$ , il travaillerait tout juste assez pour générer le revenu nécessaire au paiement de la taxe sur le loisir due pour les  $L = \frac{1}{1+t_x} \cdot H$  heures de loisir.

Même si le paiement de la taxe se faisait en nature, en unités du bien X, ce constat resterait vrai puisque ce n'est que par le revenu du travail que l'agent puisse se procurer le bien X.

Et même si la taxe était payée en nature sous forme d'un travail direct à prester pour le compte de l'Etat, l'analyse précédente resterait vraie.

Donc, nos conclusions ne sont pas fonction de la forme du paiement de la taxe. Cela explique que, sans perte de généralité<sup>1</sup>, nous avons toujours pu considérer que la taxe se paie en unités monétaires.

Finalement, la recette fiscale perçue par l'Etat,  $I$ , sera :

$$I = t_x \cdot p_x \cdot x + t_x \cdot w \cdot L$$

Elle se compose de la recette sous forme de la taxe ad valorem sur la quantité achetée du bien X et de la taxe sur le loisir.

---

<sup>1</sup> Dans le cadre de notre modèle partiel qui n'est pas un modèle d'équilibre général.

Cette équation peut également s'écrire :

$$\frac{I}{t_x} = p_x \cdot x + w \cdot L$$

Cette équation peut encore s'écrire en recourant avec  $k=t_x \cdot w$  à l'équation (7) :

$$\begin{aligned} I &= \frac{t_x \cdot p_x \cdot w}{p_x (1+t_x)} \cdot H - \frac{w \cdot t_x \cdot p_x}{p_x} \cdot L + t_x \cdot w \cdot L \\ &= \frac{t_x}{1+t_x} \cdot w \cdot H - w \cdot t_x \cdot L + w \cdot t_x \cdot L \\ &= \frac{t_x}{1+t_x} \cdot w \cdot H \end{aligned}$$

Force est de constater qu'il existe une différence de nature fondamentale entre, d'une part, taxer sous forme d'un impôt sur le revenu du travail le temps affecté au travail, qui, en règle générale, constitue une transaction de marché et un flux de revenu et, d'autre part, taxer le temps affecté directement au 'bien de consommation' loisir sans qu'il ne se réalise une transaction de marché.

Il est plus facile de taxer la transaction de marché, observable, du travail que de taxer le loisir.

Par ailleurs, d'un point de vue équité, une taxe sur le loisir pourrait être critiquable, surtout en relation avec les cas où le loisir est en quelque sorte forcé, p.ex. en cas de chômage, de maladie ou de retraite.

Ces quelques remarques devraient suffire pour mesurer les problèmes techniques et pratiques d'une imposition directe du temps de loisir.

## ***6. Taxe sur la dotation de temps***

Il est également concevable, pour le moins théoriquement, d'introduire une taxe sur la dotation de temps, p.ex. une taxe unitaire  $m$  par unité de temps.

Dans ce cas, la contrainte budgétaire s'écrit :

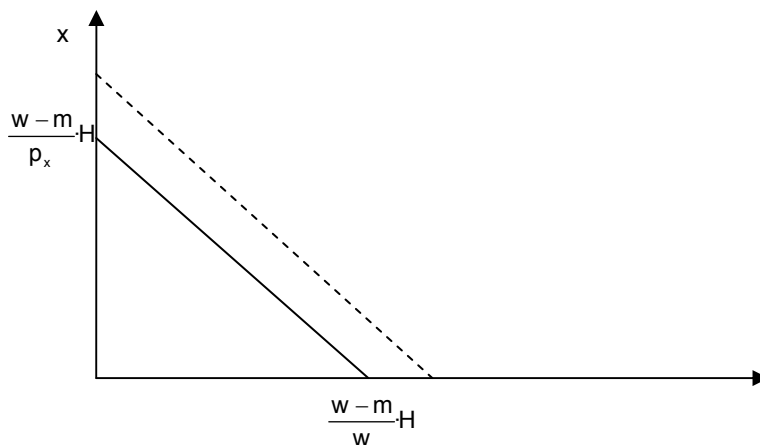
$$\begin{aligned} w \cdot T &= p_x \cdot x + m \cdot H \\ w \cdot H - w \cdot l &= p_x \cdot x + m \cdot H \\ (w - m) \cdot H &= p_x \cdot x + w \cdot l \end{aligned}$$

ou

$$x = \frac{w - m}{p_x} \cdot H - \frac{w}{p_x} \cdot l \quad (8)$$

Notons tout d'abord qu'il faut avoir  $m < w$ , sinon il ne serait pas possible pour le contribuable de payer son impôt.

Graphiquement, on a :



Une telle taxe, qui structurellement est une taxe forfaitaire (l'agent ne peut pas influencer ni H ni w), revient à taxer en quelque sorte à raison de  $m \cdot H$  le revenu implicite, que ce dernier soit réalisé à travers le travail ou qu'il reste non réalisé monétairement, pour partie ou totalement, de par son affectation au « loisir ».

Interrogeons-nous maintenant si la combinaison de la taxe sur le bien X et de la taxe k sur le loisir pourrait être remplacée par une taxe sur la dotation de temps H.

Pour que cette taxe m soit identique à la mise en place de la taxe ad valorem  $t_x$  et de la taxe unitaire k sur le loisir, m doit être telle que l'on ait l'égalité entre, d'une part, l'équation (8) et, d'autre part, l'équation (7) qui correspond précisément à l'application simultanée d'une taxe unitaire sur le bien X et d'une taxe sur le loisir.

Il faut donc que :

$$\frac{w}{p_x(1+t_x)} \cdot H - \frac{w+k}{p_x \cdot (1+t_x)} \cdot L = \frac{(w-m)}{p_x} \cdot H - \frac{w}{p_x} \cdot L$$

Pour que cette équation soit satisfaite, il faut simultanément avoir que :

$$\frac{w}{p_x(1+t_x)} = \frac{(w-m)}{p_x} \quad (i)$$

et

$$\frac{w + k}{p_x \cdot (1 + t_x)} = \frac{w}{p_x} \quad (\text{ii})$$

De (ii), il résulte que  $k = w \cdot t_x$ .

De (i) et en utilisant (ii), il résulte que  $m = \frac{k}{1 + t_x} = \frac{t_x}{1 + t_x} \cdot w$ .

Donc, si on impose chaque unité de temps H par  $m = \frac{t_x}{1 + t_x} \cdot w$ , l'on obtient exactement le même résultat en termes d'absence de prix relatif et en termes de la recette fiscale ( $I = \frac{t_x}{1 + t_x} \cdot w \cdot H$ ) que si l'on impose une taxe ad valorem  $t_x$  sur X et une taxe  $t_x w$  sur L.<sup>1</sup>

Ce résultat ne doit pas étonner. Avec une taxe ad valorem  $t_x$  sur le bien X et une taxe unitaire  $k = t_x \cdot w$  sur le loisir, donc sur la partie de la dotation « *directement consommée* », on va taxer la totalité du temps à la disposition de l'agent, à savoir, d'un côté, le temps de travail (indirectement à travers  $t_x \cdot p_x$ ) et, de l'autre côté, le loisir (directement à travers  $t_x \cdot w$ ), et ceci en taxant de façon égale chaque unité de temps H, indépendamment de la nature de l'affectation de celle-ci.

Donc, une imposition de tous les biens, en l'occurrence le bien X et le bien loisir avec une même taxe ad valorem  $t_x$  est équivalente à un impôt sur la dotation de temps à raison de  $\frac{t_x}{1 + t_x} \cdot w$  par unité de temps.

Etant donné que l'impôt total est  $\frac{t_x}{1 + t_x} \cdot w \cdot H$ , on peut considérer, dans une optique légèrement différente, que cela revient à valoriser la dotation H au taux de salaire  $w$  pour donner  $w \cdot H$  comme assiette fiscale et pour appliquer à cette dernière un taux proportionnel  $t'$ , en l'occurrence  $t' = \frac{t_x}{1 + t_x}$ .

L'impôt sur la dotation, en quelque sorte, est un impôt de stock évalué au prix du marché que constitue le salaire et financé par la monétarisation à travers la marchandisation d'une partie de ce stock.

Notons qu'en présence d'individus différents à capacités productives différentes et gagnant des salaires différents, la question se poserait alors si on devait prendre le salaire propre à chacun pour déterminer son impôt dû.

---

<sup>1</sup> Exercice : Analysez l'impact d'une taxe forfaitaire.

Une telle approche reviendrait à taxer non pas le revenu du travail de chacun, mais la capacité de chacun à générer un revenu du travail, capacité définie et mesurée comme la valeur monétaire de sa dotation de temps, cette valorisation étant fonction du salaire que l'individu en question peut gagner sur le marché du travail. On s'imagine toutefois les difficultés pratiques de la mise en place d'un tel impôt, ne serait-ce qu'au niveau de la détermination des bases imposables individuelles pour des raisons d'informations asymétriques.

L'introduction d'une taxe sur la dotation du temps n'entraîne, en principe, pas d'effet de prix relatif.

Récapitulons les cas vus jusqu'ici :

- impôt proportionnel sur le revenu  $I = t_R \cdot w \cdot T$
- impôt sur le loisir  $I = k \cdot L$
- taxe ad valorem  $t_x$   $I = \frac{t_x}{1+t_x} \cdot w \cdot T$
- taxe ad valorem  $t_x$  et  
taxe loisir  $k=t_x \cdot w$   $I = \frac{t_x}{1+t_x} \cdot w \cdot H > \frac{t_x}{1+t_y} \cdot w \cdot T$  (si  $T > 0$ )
- taxe  $m$  sur la dotation  $H$   $I = m \cdot H$   
et si  $m = \frac{t_x}{1+t_x} \cdot w$ , on a  
 $I = \frac{t_x}{1+t_x} \cdot w \cdot H$

## 7. *Taxe forfaitaire*

Supposons que l'Etat introduise une taxe forfaitaire en ce sens qu'il fixe un montant d'impôt  $\bar{Z}$  à payer par l'agent économique, montant qui n'est lié à aucun choix de l'agent. Qu'il travaille beaucoup, peu ou pas du tout, qu'il consomme beaucoup, peu ou pas du tout, il doit toujours payer  $\bar{Z}$ .

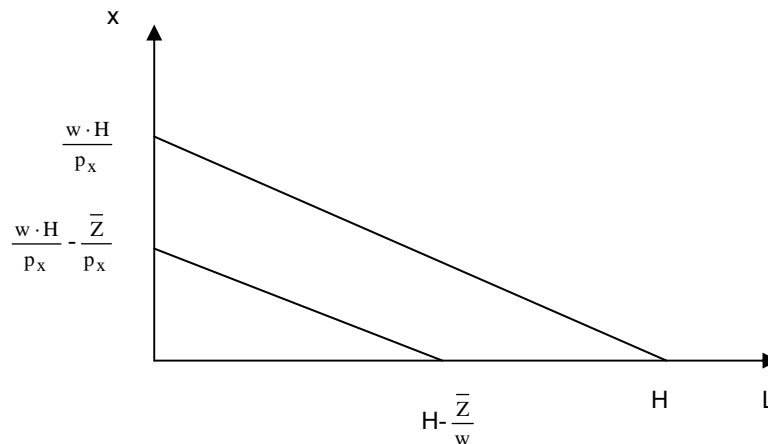
Dans ce cas, on a :

$$P_x \cdot x = w \cdot T - \bar{Z}$$

$$p_x \cdot x = w \cdot H - w \cdot L - \bar{Z}$$

$$x = \frac{w}{p_x} \cdot H - \frac{w \cdot L}{p_x} - \frac{\bar{Z}}{p_x}$$

Graphiquement, on a :



Rappelons qu'une taxe forfaitaire, par définition, est une taxe qui ne comporte pas d'effets de prix relatif (dans le modèle à deux biens, pas de changement de la pente représentant, en valeur absolue, le prix relatif) qui pourraient déclencher au niveau des choix d'un consommateur des effets de substitution, mais qui uniquement s'accompagne d'un effet de revenu (dans le modèle à deux biens, uniquement un déplacement parallèle de la contrainte budgétaire).

En l'occurrence, on pourrait s'interroger comment l'Etat devrait fixer  $\bar{Z}$  pour qu'il se dégage exactement les mêmes effets que dans le cas d'une taxe ad valorem  $t_x$  sur le bien X et d'un impôt  $t_x \cdot w$  sur le loisir ?

Dans cet ordre d'idées, il devrait fixer  $\bar{Z}$  tel que  $\bar{Z} = \frac{t_x}{1+t_x} \cdot w \cdot H$ .

### Exercices

- (i) Quels scénarios que nous venons de voir peuvent être considérés comme remplissant les conditions d'une taxe forfaitaire ?
- (ii) Commentez l'affirmation suivante. Une taxe forfaitaire influence les choix des agents économiques, mais ne dépend pas du choix des agents économiques.
- (iii) Commentez le texte suivant :

*„Nach der juristischen Interpretation wird unter Leistungsfähigkeit die Fähigkeit des Bürgers verstanden, im Verhältnis zu den ihm zur Verfügung stehenden finanziellen Mitteln und unter Berücksichtigung*

seiner die Leistungsfähigkeit beeinflussenden persönlichen Verhältnisse zur Deckung des staatlichen Finanzbedarfs beizutragen. Danach sollen Personen mit hohem Einkommen bei sonst gleichen Verhältnissen mehr Steuern zahlen als Personen mit geringer Leistungsfähigkeit. Diese Definition des Leistungsfähigkeitsprinzips geht allerdings von einem festen, gegebenen Bruttoeinkommen aus und misst die Tatsache, dass das tatsächlich realisierte Einkommen bereits das Resultat eines Steuerausgleichsverhaltens ist... Im Unterschied zur juristischen Interpretation wird hier die Leistungsfähigkeit einer Person als seine Fähigkeit verstanden Einkommen zu erzielen und in der Folge Steuern zu zahlen. Diese Fähigkeit der Einkommenserzielung bemisst sich an der Produktivität des Arbeitnehmers, die mit einem entsprechenden Lohn entgolten wird. Individuen mit hoher Leistungsfähigkeit erzielen für jede zusätzliche Arbeitsstunde einen hohen Lohn. Das Einkommen hingegen ergibt sich aus dem Produkt aus Lohn und geleisteter Arbeit. Das tatsächliche Arbeitsangebot und das damit realisierte Einkommen ist jedoch bereits die Folge einer Steuerausweichreaktion und bringt daher die im Lohn ausgedrückte Fähigkeit zur Einkommenserzielung nur verfälscht zum Ausdruck. Würde die Regierung den Lohn und damit die individuelle Fähigkeit zur Einkommenserzielung beobachten können (vollkommene Information), gäbe es weiterhin kein Problem. Sie würde dann jedes Individuum unabhängig vom tatsächlich geleisteten Arbeitseinsatz und dem tatsächlich erzielten Einkommen nach seiner Leistungsfähigkeit besteuern. Die Individuen könnten in diesem Fall der Steuer durch eine Rücknahme des Arbeitsangebotes nicht ausweichen. So eine Steuer wäre eine Pauschalsteuer und hätte keine Zusatzkosten. Der Staat könnte beliebig besteuern und umverteilen, ohne negative Leistungsanreize und volkswirtschaftliche Zusatzkosten zu verursachen. In der Regel steht die Regierung allerdings einem schwierigen Informationsproblem gegenüber. Es ist kaum möglich die „wahre“ Leistungsfähigkeit festzustellen. Die Regierung kann nur das Einkommen der Steuerzahler erfassen, also nur das Produkt aus Lohnsatz und geleistetem Arbeitsangebot. Den Lohnsatz als Ausdruck seiner Produktivität und damit seiner tatsächlichen Leistungsfähigkeit kann sie nicht isoliert feststellen. Damit wird eine nach der Leistungsfähigkeit differenzierte Pauschalsteuer erst möglich. Als nächstbeste Alternative bleibt also nur die Besteuerung der Einkommen als Instrument der Einnahmeerzielung und Umverteilung.“ Christian Keuschnigg, *Öffentliche Finanzen: Einnahmepolitik*, Mohr Siebeck, 2005.

## 8. Comparaison des taxes

### 8.1. Comparaison

Nous pouvons faire quelques constats :

- une taxe ad valorem sur le bien X et un impôt sur le revenu proportionnel sont des taxes structurellement identiques dans le cadre de ce modèle, toutes les deux entraînant une hausse du salaire réel  $\left( \frac{w \cdot (1-t)}{p_x} \text{ ou } \frac{w}{p_x \cdot (1+t_x)} \text{ par rapport à } \frac{w}{p_x} \right)$  ;
- la taxe sur le loisir est une taxe à part qui se distingue structurellement à la fois d'une taxe ad valorem (et spécifique) ainsi que d'un impôt proportionnel sur le revenu ;
- un impôt sur le revenu progressif est une taxe à part qui n'a pas d'équivalent directe.

Par ailleurs, pour qu'il n'y ait pas d'effet prix relatif, c'est-à-dire pour qu'une taxe entraîne un déplacement parallèle vers l'intérieur, on peut recourir à :

- une taxe forfaitaire ;
- une taxe sur la dotation de temps H ;
- une combinaison entre, d'une part, une taxe sur le loisir et, d'autre part, une des trois taxes équivalentes (ad valorem, unitaire, impôt sur le revenu proportionnel) sous des conditions spécifiques à chaque combinaison. Il importe de noter que sans taxe sur le loisir, peu importe la ou les autres taxes (sauf une taxe forfaitaire ou une taxe sur la dotation), on ne peut pas éviter un effet prix relatif.

### 8.2. Taxer le loisir, subsidier le travail ou ni l'un ni l'autre

Finalement, notons que l'on a constaté que pour éviter l'effet prix engendré par l'introduction de la taxe ad valorem sur le bien X, il y a lieu d'introduire une taxe  $k = t_x \cdot w$  sur chaque unité de loisir.

Si  $k = t_x \cdot w$ , on a effectivement :

$$\frac{w + t_x w}{p_x (1 + t_x)} = \frac{w(1 + t_x)}{p_x (1 + t_x)} = \frac{w}{p_x}$$

Force est de constater que cela est, du point de vue du prix relatif, identique à subsidier le travail à raison de  $t_x$ , c'est-à-dire à donner à l'agent économique par unité de travail prestée un subside égal à  $t_x \cdot w$ .

Toutefois, si, en présence d'une taxe ad valorem sur le bien X, l'impact est, du point de vue neutralisation de l'effet prix relatif, le même que l'on introduise une taxe appropriée sur le loisir ou selon que l'on subsidie le travail de façon appropriée, on n'a pas, en revanche, le même impact sur les recettes fiscales de l'Etat.

Avec la combinaison (taxation X, taxation L), la recette fiscale sera positive tandis qu'elle sera nulle avec la combinaison (taxation X, subside T) dans le mesure où dans ce dernier scénario le montant de la taxe perçue par l'Etat sur le bien X se compense exactement par la dépense du subside à payer par ce même Etat sur le travail.

Ce dernier résultat peut se démontrer comme suit.

En présence d'une taxe ad valorem  $t_x$  et d'un subside  $s$  – peu importe pour le moment le montant précis de ce dernier – sur le travail, on a :

$$p_x \cdot (1 + t_x) \cdot x = w \cdot (1 + s) \cdot T$$

$$p_x \cdot (1 + t_x) \cdot x = w \cdot (1 + s) \cdot H - w \cdot (1 + s) \cdot L$$

$$x = \frac{w(1+s)}{p_x(1+t_x)} \cdot H - \frac{w(1+s)}{p_x(1+t_x)} \cdot L$$

Dans ce cas, la recette fiscale (nette)  $I$  pour l'Etat est la recette de la taxe ad valorem moins le subside à payer.

$$I = t_x \cdot p_x \cdot x - s \cdot w \cdot T$$

$$= \frac{t_x \cdot p_x \cdot w \cdot (1+s)}{p_x \cdot (1+t_x)} \cdot H - \frac{w \cdot (1+s) \cdot t_x \cdot p_x}{p_x \cdot (1+t_x)} \cdot L - s \cdot w \cdot T$$

$$I = \frac{(1+s)}{(1+t_x)} \cdot t_x \cdot w \cdot H - \frac{w \cdot (1+s) \cdot t_x}{(1+t_x)} \cdot L - s \cdot w \cdot T$$

Pour qu'il n'y ait pas d'effet prix relatif, il faut que  $\frac{w(1+s)}{p_x(1+t_x)} = \frac{w}{p_x}$ , donc que  $s=t_x$ .

Or, dans le cas où  $s=t$ , on a que :

$$I = t_x \cdot w \cdot H - w \cdot t_x \cdot L - w \cdot t_x \cdot T$$

$$= t_x \cdot w \cdot H - w \cdot t_x \cdot (L + T)$$

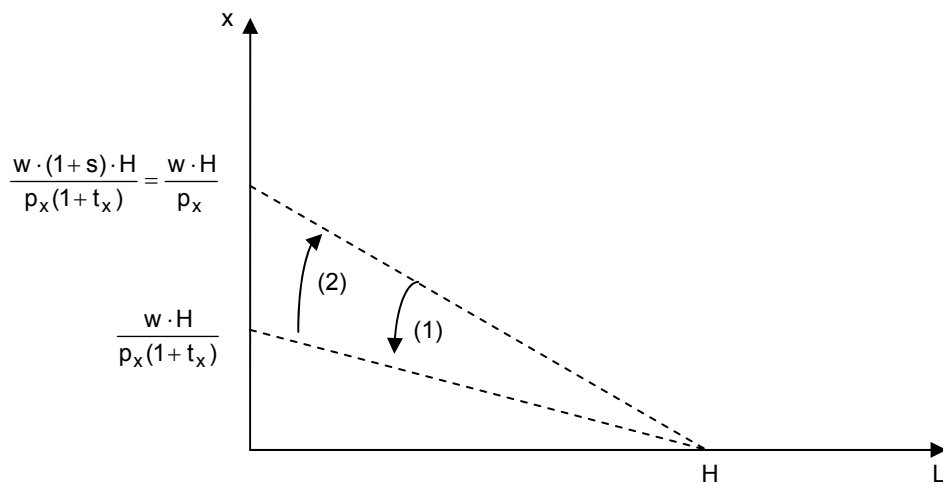
$$= t_x \cdot w \cdot H - t_x \cdot w \cdot H$$

$$= 0$$

Donc dans ce cas, l'impôt net est effectivement nul, la recette fiscale perçue à travers la taxe ad valorem correspondant exactement au subside sur le travail.

S'il n'existe qu'un seul ménage ou si tous les ménages sont identiques, on a également, non seulement au niveau agrégé, mais dans le chef de chaque ménage, que la contrainte budgétaire reste inchangée.

En effet, décomposons en deux mouvements l'effet global (1) la taxe unitaire  $t_x$  sur le bien X et (2) le subside  $s$  sur le travail, avec  $s=t_x$ .



### Exercices

(i) Soient deux biens X et Y de sorte que la contrainte budgétaire s'écrit :

$$p_x \cdot x + p_y \cdot y = w \cdot T$$

- (a) Montrez que si l'on va taxer chaque bien au taux ad valorem  $t$  et si l'on subsidie le travail au taux ad valorem  $t$ , la taxation ne s'accompagne pas d'effets prix relatifs.
- (b) Montrez que tel est également le cas si, ceteris paribus, au lieu de subsidier le travail, on taxe le loisir au taux ad valorem  $t$ .
- (c) Montrez que dans le cas (i), il n'y a toutefois pas de recette fiscale nette pour l'Etat, le subside étant égal à la recette fiscale. Reconsidérez ce point s'il existe encore un revenu exogène  $\tilde{R}$  dont la source n'est pas le travail ( $p_x \cdot x + p_y \cdot y = w \cdot T + \tilde{R}$ ). Que peut-on

conclure ? Discutez de façon critique le rôle théorique d'un tel revenu  $\tilde{R}$  exogène.

- (d) En relation avec le cas (ii), discutez la faisabilité d'une taxe sur le loisir.
- (e) En écartant un subside du travail et une taxe sur le loisir, analysez le cas où l'on introduit une taxe ad valorem  $t$  sur les biens X et Y et où l'on taxe le travail au taux proportionnel  $t_w$ . Y a-t-il un intérêt quelconque de fixer  $t_w$  tel que  $t_w=t$  ?
- (f) Est-il possible, avec un taux adéquat de la taxe ad valorem  $t$ , d'obtenir sans taxation du travail une contrainte budgétaire identique à celle où l'on taxe les biens X et Y au taux ad valorem  $t$  et le travail au taux proportionnel  $t_w$  ?
- (g) Même question mutatis mutandis que sub (vi) pour ce qui est de la taxe proportionnelle  $t_w$  appliquée au revenu du travail.
- (ii) Analysez l'affirmation suivante :

« S'il existe un revenu exogène  $w \cdot H$ , c'est-à-dire si on écrit la contrainte comme  $p_x \cdot x + w \cdot l = w \cdot H$ , alors on a que si on taxe proportionnellement à la fois le bien X et le loisir  $l$ , alors cela est équivalent à l'application d'un impôt forfaitaire sur  $w \cdot H$  et il n'y a pas d'effet prix relatif et, partant, il n'y a pas de distorsion fiscale.

Si, cependant, on ne peut pas taxer le loisir, pour des raisons pratiques, et si on veut alors taxer le travail, il faut partir de la contrainte  $p_x \cdot x + w \cdot T = 0$ . Dans cette contrainte, il n'y a pas de revenu exogène. Pour éviter un effet prix relatif en taxant, il faut que  $\frac{w}{p_x} = \frac{w(1+t)}{p_x(1+t)}$ . Cela

revient à subsidier le travail, subside qui est à financer par la recette fiscale sur le bien X de sorte que l'impact budgétaire pour l'Etat est nul. Il s'ensuit que si on ne peut pas taxer  $l$  (si  $l$  n'est pas taxable) et si on veut réaliser une recette fiscale nette, l'on ne peut pas éviter une distorsion fiscale. Si tel est le cas, on récupère un degré de liberté et on peut, pour une recette fiscale à réaliser donnée, fixer la taxe sur un bien à 0 sans que cela n'affecte le résultat réel. Dans cet ordre d'idées, il se recommande de choisir comme numéraire le travail,  $w=1$  et, de surcroît, de choisir le travail pour être « *le bien non taxé* ».

### 8.3. Quelques remarques finales

Nous venons de voir que si l'on taxe à la fois le bien X et le loisir L et à condition que les taxes unitaires  $t_x$  et  $t_y$  satisfassent à une relation déterminée, il n'y a pas d'effet prix relatif.

L'effet prix relatif est, en règle générale, source d'un effet de substitution qui fait que l'on substitue du bien non taxé à du bien taxé et qui, de ce fait, est source d'un « deadweight loss » de la taxe.

Ceci explique que dans la littérature économique de l'analyse de la fiscalité, il est affirmé que pour éviter des effets de distorsions – qui en fait ne sont rien d'autre que des effets de substitution déclenchés par des effets de prix relatifs suite à l'introduction de taxes et créant des deadweight loss – il faudrait pouvoir taxer tous les biens, y compris le loisir.

Toutefois, il est pratiquement impossible de taxer le loisir.

En théorie, une solution de rechange serait alors la mise en place d'un subside approprié du travail qui aurait un impact identique sur le prix relatif.

Cependant, si une telle façon de procéder permettait effectivement d'éviter l'effet prix relatif et, partant, l'effet de substitution, on aurait toutefois que l'Etat ne saurait faire une recette fiscale puisque la taxe perçue sur les biens serait exactement égale au subside que devrait payer l'Etat sur le travail.

Autrement dit, le système qui, théoriquement, éviterait un effet prix relatif tout en assurant une recette fiscale pour l'Etat (taxer le loisir) n'est pas praticable et le système qui éviterait un effet prix relatif (subsidier le travail) n'apporterait pas de recette pour l'Etat, ce qui, cependant, est l'objectif (prioritaire, voire exclusif) de l'impôt et, en principe, ne change pas non plus la contrainte budgétaire des ménages.

Si donc l'Etat veut prélever une recette fiscale, cela, in fine, ne peut se réaliser qu'à travers un impôt qui inévitablement crée un effet de prix relatif et, partant, comme on le montrera par après, un « deadweight loss ».

Ce dernier constat a été à l'origine du développement de la théorie dite de la taxation optimale.

Celle-ci prend pour point de départ la nécessité, l'objectif, d'un montant de recette fiscale donné et analyse comment, - sans pouvoir recourir à des taxes forfaitaires ou à une taxation généralisée de tous les biens, y compris les heures de non-travail, le loisir, - l'on pourrait agencer le système de taxation pour limiter au maximum les conséquences d'un effet prix relatif sur le plan des effets de substitution, et donc également sur le plan de l'ampleur du deadweight loss de la taxe.

John Leach, dans *A course in Public Economics*, Cambridge University Press, 2004, un livre excellent, a noté à ce propos que :

*“Taxing [the goods consumed] reduces the amount of these commodities that can be purchased by working an additional hour, causing people to substitute away from them and toward leisure. An appropriate tax imposed upon leisure would undo this effect (i.e. cause*

*people to substitute away from leisure and toward [these commodities]), restoring the lump-sum nature of the tax system. But non-market activities cannot be taxed, so a lump-sum tax system cannot be constructed.*

*Governments can, of course, subsidize as well as tax and a subsidy on market work has the same substitution effect as a tax on leisure. Can taxes and subsidies be combined to generate a system with no deadweight loss. Sandmo has investigated and rejected this possibility [and shown] that the government's tax revenues are equal to the cost of its subsidy, so its net revenue is equal to zero. That is any tax/subsidy system under which the competition allocation is Pareto optimal doesn't raise a dime. There is no system of commodity taxes and subsidies that is lump-sum, in the sense that it raises revenue without generating an efficiency loss."*

Cette littérature a dégagé certaines conclusions pas toujours très robustes.

Partant du constat de l'impossibilité de taxer le loisir et de la reconnaissance de la nécessité d'une recette fiscale fixée a priori, elle a conclu que, comme l'on ne peut pas taxer le loisir (subsidier le travail), une méthode de rechange pourrait être de taxer relativement plus les biens qui ont un caractère complémentaire au loisir et relativement moins ceux qui ont un caractère de substitution par rapport au loisir.

Dans ce contexte, on a été amené à distinguer selon que les biens sont « *freizeitneutral* », « *freizeitkomplementär* » ou « *Freizeitsubstitute* ».

Un bien est complémentaire au loisir si on a que si la consommation de ce bien augmente, le temps de loisir augmente et donc le temps de travail diminue.

Il y aurait lieu d'« *augmenter* », par rapport aux biens qui sont neutres du point de vue loisir, la charge fiscale sur les biens qui ont un caractère complémentaire au loisir et de 'diminuer' la charge fiscale sur les biens qui ont un caractère substituable au loisir. Une telle façon de procéder permettrait de taxer indirectement également le loisir. Pour le dire avec Homburg<sup>1</sup> :

*„Die Freizeitkomplementärregel gilt unabhängig von speziellen Eigenschaften der Nutzenfunktion und unabhängig von der Anzahl der Güter. Ihre ökonomische Ratio besteht darin, daß Steuern auf Freizeitkomplemente indirekt die nicht besteuerebare Freizeit treffen und insofern als Ersatz für die fehlende Freizeitsteuer dienen.“*

Une règle similaire, mais qui est seulement applicable au cas où à côté du loisir le consommateur a le choix entre exactement deux biens, tout en reposant sur une autre définition de la complémentarité au loisir, est celle de Corlett-Hague.

---

<sup>1</sup> *Allgemeine Steuerlehre*, page 155.

Chez Corlett-Hague, un bien est complémentaire au loisir si une hausse (compensée) du prix de ce bien cause le consommateur à allouer plus de temps au travail (et donc moins au loisir), donc si l'élasticité-prix croisée entre ce bien et le travail est élevée. Un bien est substituable au loisir si une hausse compensée du prix de ce bien amène le consommateur à allouer moins de temps au travail et donc plus au loisir. Le bien est neutre si une hausse du prix compensée n'a pas d'impact sur le temps de travail et donc également sur le temps de loisir.

En termes de taxes, il faudrait taxer le plus le bien qui est le plus complémentaire (selon cette définition) au loisir.<sup>1</sup>

Pour terminer, notons que, ce qui n'est pas de nature à corroborer les développements, déjà fragiles, ci-dessus que in fine, l'analyse devrait s'inscrire dans une approche d'équilibre général, à l'instar de l'approche de la taxation optimale.

Or, dans une approche d'équilibre général, l'on a que l'on peut choisir un des biens de consommation ou le travail comme numéraire, avec de surcroît l'hypothèse d'une taxe nulle sur le numéraire.

Autrement dit, il est théoriquement acceptable de considérer p.ex. que c'est le travail dont la taxation est nulle, ou son négatif, le loisir, sans que cela n'ait de conséquence en termes de résultats. Ce constat en quelque sorte fait que les conclusions ci-dessus, p.ex. quant aux conséquences d'une impossibilité de taxation du loisir, reposent sur un fondement théoriquement guère fondé. Qui plus est, il est très discutable de faire des analyses en matière de niveaux des taxes puisque, dans le cas p.ex. des taxes unitaires, ces dernières varient en fonction de paramètres arbitraires.

Si on a p.ex.  $t_i = p_c - p_p$  où  $p_c$  est le prix au consommateur et  $p_p$  le prix au producteur, on peut aussi bien avoir, sans que cela ne change le résultat, que  $t_i = \lambda p_c - \mu \cdot p_p$  où  $\lambda$  et  $\mu$  sont des constantes positives 'arbitraires'.<sup>2</sup>

Ceci dit, il n'y a pas lieu de verser dans le nihilisme théorique. Les développements des titres qui précèdent ont une valeur heuristique certaine et très souvent se référer aux conclusions développées ci-dessus vaut mieux que de les ignorer et de se positionner en dehors de tout cadre théorique. Par ailleurs, ils ouvrent la voie à des approches d'équilibre général du type de celle développée au titre V ci-après.<sup>3</sup>

---

<sup>1</sup> cf. aussi Dietmar Wellisch, Finanzwissenschaft II, Verlag Vahlen, 2000.

<sup>2</sup> cf. les développements chez G. Myles *Public Economics*, Cambridge University Press, 1995, ou chez Roger Guesnerie, *A contribution to the pure theory of taxation*, qui tous les deux se réfèrent à J. Mirreles (cf. James Mirreles, *Welfare, Incentives and Taxation*, Oxford University Press, 2006).

<sup>3</sup> Ces conclusions seront retravaillées.

## ***9. D'autres modélisations***

Selon les optiques que l'on veut prendre ou les problématique que l'on veut analyser, une même problématique peut se modéliser de différentes manières.

Nous allons illustrer cela en développant deux autres approches possibles de modélisation de la prise en compte du fait que le revenu résulte de la quantité de travail offerte par le consommateur dans le cadre de son choix travail-loisirs.

Les développements qui suivent montrent également qu'il faut être prudent avec l'utilisation d'un concept comme celui de 'loisirs' qui peut revêtir différentes interprétations possibles.

### **9.1.**

Dans ce qui précède, nous avons implicitement supposé que la consommation du bien X (et plus généralement des biens de consommation) n'est pas un acte qui absorbe du temps.

Analysons maintenant en quoi la contrainte budgétaire de notre agent change si on modifie cette hypothèse.

Dans cet ordre d'idées, considérons qu'il existe trois affectations possibles du temps  $H = 24$  à la disposition de l'agent :

- premièrement, le travail (T),
- deuxièmement le temps nécessaire à la consommation du bien X ( $L_x$ ),
- troisièmement, les loisirs proprement dits (L).

Le temps est maintenant considéré comme étant non seulement un input sous forme d'une activité de travail générant le revenu du travail nécessaire pour acheter le bien X à son prix de marché, mais également comme un input nécessaire à la consommation même de la quantité achetée du bien X.

En effet, consommer une unité de X ne nécessite pas seulement que, en amont, l'agent vende du travail sur le marché du travail, mais on a également qu'en aval, une fois le bien X acquis, que la consommation même nécessite également du temps, temps qui, logiquement, ne peut pas être utilisé pour le travail, ni pour les loisirs proprement dits.

Nous avons donc réparti le temps disponible H en trois sous-ensembles, dont les dimensions effectives fiscales dépendent du choix du consommateur, à savoir :

- le temps utilisé pour travailler, générant le revenu du travail ;
- le temps nécessaire pour consommer les biens achetés par le revenu du travail ;
- le temps restant qui est celui du non-travail et de la non-consommation de bien, que nous appelons « *loisirs* ». Le terme « *loisirs* » ici ne couvre donc pas exactement la même réalité que dans les modèles précédents.

Partant, nous devons ajouter une équation qui indique le nombre d'unités de temps  $L_x$  que nécessite la consommation d'une unité du bien X.

$$\frac{L_x}{x} = \alpha \quad (1)$$

Le coefficient «  $\alpha$  » indique l'intensité en temps de la consommation, donc il indique le nombre d'unités de temps nécessaires pour la consommation d'une unité de X.

La contrainte de temps s'écrit maintenant :

$$H = T + L_x + L \quad (2)$$

Par ailleurs, on a toujours :

$$p_x \cdot x = w \cdot T \quad (3)$$

L'équation (3) peut s'écrire, en tenant compte de (1) et (2) :

$$p_x \cdot x = w \cdot (H - L - L_x)$$

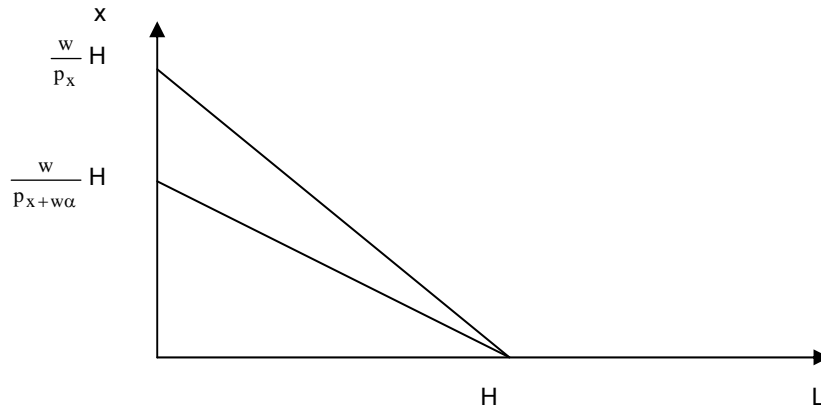
$$p_x \cdot x = w \cdot H - w \cdot L - w \cdot L_x$$

$$p_x \cdot x = w \cdot H - w \cdot L - w \cdot \alpha \cdot x$$

$$(p_x + w \cdot \alpha) \cdot x = w \cdot H - w \cdot L$$

$$x = \frac{w}{p_x + w\alpha} \cdot H - \frac{w}{p_x + w\alpha} \cdot L$$

Graphiquement, on a, tout en reprenant également la contrainte budgétaire de base<sup>1</sup> :



Le prix relatif d'une unité de loisir est maintenant :

$$\frac{w}{p_x + w\alpha}$$

Notons tout d'abord que si  $\alpha = 0$ , on revient à notre modèle de base et le prix relatif est  $\frac{w}{p_x}$ .

Interprétons maintenant le prix relatif dans ce modèle.

Nous voyons qu'il se caractérise par l'ajout du terme  $w \cdot \alpha$  et qu'il est inférieur au prix relatif  $\frac{w}{p_x}$  dans le cas où  $\alpha > 0$ .

Notons tout d'abord que l'on peut également écrire :

$$\frac{w}{p_x + w\alpha} = \frac{1}{\alpha + \frac{p_x}{w}}$$

Interprétons ce rapport.

Force est de constater si l'on veut consommer une unité du bien X, cela nécessite tout d'abord que l'on travaille  $\frac{p_x}{w}$  unités d'heures et que l'on recourt à  $\alpha$  unités de temps pour consommer cette unité.

<sup>1</sup> L'équation peut également s'écrire  $w \cdot H = p_x \cdot x + w \cdot (L + L_x)$

Par conséquent, vouloir consommer une unité de X requiert que l'on recourt en tout à  $\frac{p_x}{w} + \alpha$  unités de temps qui ne sont plus disponibles pour le loisir.

Inversement, prendre une unité de loisir, c'est renoncer à  $\frac{1}{\frac{p_x}{w} + \alpha}$  unités du

bien X. (Si  $\alpha = 0$ , on a  $\frac{1}{\frac{p_x}{w} + \alpha} = \frac{w}{p_x}$  ).

Il appartient aux lecteurs d'analyser ce qui se passe si (a) on introduit une taxe ad valorem sur le bien X, (b) comment l'on pourrait annuler l'effet prix relatif de la seule taxe ad valorem en introduisant une deuxième taxe et (c) par quel autre type de taxe l'on pourrait assurer une recette fiscale pour l'Etat tout en évitant l'effet prix relatif.

## 9.2.

Dans le modèle précédent de la section 5.1, le temps H a été réparti en trois catégories.

Une autre façon de modéliser la problématique est de considérer que des loisirs proprement dits n'existent pas, mais que l'agent économique peut utiliser son temps H, d'un côté, pour travailler et, de l'autre côté, pour consommer les produits achetés sur le marché avec le revenu de travail.<sup>1</sup>

Supposons qu'il veuille consommer deux biens X et Y, avec  $p_x > 0$  et  $p_y > 0$ .

Supposons que l'intensité en temps nécessaire pour la consommation de ces deux biens est respectivement  $\frac{L_x}{x} = \alpha$  et  $\frac{L_y}{y} = \beta$ .

La contrainte de temps s'écrit alors :

$$H = T + L_x + L_y$$

Partant, on a :

$$p_x \cdot x + p_y \cdot y = w \cdot T$$

$$p_x \cdot x + p_y \cdot y = w \cdot H - w \cdot L_x - w \cdot L_y$$

---

<sup>1</sup> Dans cette optique, dormir c'est également consommer, à savoir les biens nécessaires à cet acte.

$$(p_y + w \cdot \beta) \cdot y = w \cdot H - (p_x + w \cdot \alpha) \cdot x$$

$$y = \frac{w}{p_y + w \cdot \beta} \cdot H - \frac{p_x + w \cdot \alpha}{p_y + w \cdot \beta} \cdot x$$

Pour ce modèle, analysez également différents types de taxe après avoir

interprété le prix relatif  $\frac{p_x + w \cdot \alpha}{p_y + w \cdot \beta} = \frac{\alpha + \frac{p_x}{w}}{\beta + \frac{p_y}{w}}$

Nous allons nous limiter ici à analyser l'impact de taxes unitaires  $t_x$  et  $t_y$  sur les biens respectivement X et Y pour ensuite nous interroger par la suite comment il faudrait agencer  $t_x$  et  $t_y$  pour éviter un effet prix relatif.

On suppose que, suite à l'introduction de ces taxes, les prix  $p_x$  et  $p_y$  passent respectivement à  $p_x + t_x$  et à  $p_y + t_y$ .

Sans faire de calculs, nous pouvons constater que le nouveau prix relatif sera :

$$\frac{(p_x + t_x) + w \cdot \alpha}{(p_y + t_y) + w \cdot \beta}$$

Pour qu'il n'y ait pas de variation du prix relatif suite à l'introduction de  $t_x$  et  $t_y$ , il faut que  $t_x$  et  $t_y$  soient tels que l'équation suivante soit vérifiée :

$$\frac{p_x + w \cdot \alpha}{p_y + w \cdot \beta} = \frac{p_x + t_x + w \cdot \alpha}{p_y + t_y + w \cdot \beta}$$

Cela implique que :

$$\begin{aligned} & p_x \cdot p_y + p_x \cdot t_y + p_x \cdot w \cdot \beta + p_y \cdot w \cdot \alpha + t_y \cdot w \cdot \alpha + w^2 \cdot \alpha \cdot \beta \\ = & p_x \cdot p_y + p_y \cdot t_x + p_y \cdot w \cdot \alpha + p_x \cdot w \cdot \beta + t_x \cdot w \cdot \beta + w^2 \cdot \alpha \cdot \beta \end{aligned}$$

donc que:

$$p_x \cdot t_y + t_y \cdot w \cdot \alpha = p_y \cdot t_x + t_x \cdot w \cdot \beta$$

donc que:

$$t_y (p_x + w \cdot \alpha) = t_x (p_y + w \cdot \beta)$$

donc que:

$$t_x = t_y \cdot \frac{p_x + w \cdot \alpha}{p_y + w \cdot \beta}$$

A moins que  $p_x = p_y$  et  $\alpha = \beta$ ,  $t_x$  et  $t_y$  ne peuvent pas être égaux.

Supposons, pour le besoin du raisonnement, que  $p_x = p_y$ , mais que  $\alpha > \beta$ . Dans ce cas,  $t_x > t_y$ , c'est-à-dire on doit taxer relativement plus le bien X étant donné que son intensité en temps de consommation ( $\alpha$ ) est plus élevée que celle ( $\beta$ ) de l'autre bien.

Pour terminer, notons que l'on pourrait combiner 9.1 et 9.2 pour obtenir un modèle où l'agent veut consommer deux biens X et Y dont les intensités en temps de consommation sont respectivement  $\alpha$  et  $\beta$ , tout en considérant qu'il subsiste du loisir proprement dit en ce sens qu'il s'agisse d'unités de temps non travaillées et d'unités de temps non utilisées pour la consommation.

Dans ce cas, la contrainte de temps s'écrit  $H = L + L_x + L_y + T$  où L représente les loisirs au sens strict. Développez ce modèle.

### Exercices

- (i) Introduisez les taxes dans les modèles 9.1 et 9.2.
- (ii) Considérez que notre consommateur utilise une partie de son temps H pour travailler pour un salaire w qui lui permet d'acheter un bien X sur le marché, une deuxième partie de son temps pour autoproduire (p.ex. travail de ménage, non marchand) un bien Y et une troisième partie de son temps pour le loisir.

## *10. Fiscalité et transferts de l'Etat*

La modélisation sous-revue permet également, mutatis mutandis, d'analyser des programmes de transferts sociaux de l'Etat. Cette analyse combinée à l'analyse des impôts permet de prendre la mesure du système de transferts et de prélèvements, y compris les impôts de l'Etat.

Par la suite, on va d'abord analyser un système de subside, le subside étant défini p.ex. comme le montant minimal dont devrait disposer un individu pour ne pas être pauvre selon la définition retenue, qu'il travaille ou non. Un tel système peut être décliné sous plusieurs variantes.

Nous allons ensuite montrer comment il peut techniquement être organisé dans un système transferts/prélèvements le passage du transfert net positif au transfert net négatif, c'est-à-dire à l'impôt, p.ex. sous forme d'un mécanisme dit d'impôt négatif.

Finalement, on analysera un système de subside du travail où le versement d'un subside est lié à l'acte de travail même contrairement au cas ci-dessus où le droit à un subside n'était lié à aucune activité de travail (rémunérée).

## 10.1. Transfert de revenu ou impôt négatif

### 10.1.1.

Supposons que le seul revenu d'activité est le revenu du travail  $y_t = w \cdot T$ . Supposons que l'Etat estime que personne ne devrait disposer d'un revenu inférieur à  $\bar{y} = \alpha \cdot w \cdot H$  (avec  $\alpha < 1$ ) de sorte que si  $y_t < \bar{y}$ , un subside  $y_s$  est versé qui est défini comme suit :

- si  $y_t \leq \bar{y}$        $y_s = \bar{y} - y_t$
- si  $y_t > \bar{y}$        $y_s = 0$

Donc, chacun dont le revenu du travail  $y_t$  est inférieur au seuil  $\bar{y}$  fixé, a droit à un subside égal à  $\bar{y} - y_t > 0$ . Le subside maximal est  $\bar{y}$  perçu par ceux pour lesquels on a que  $y_t = 0$ .

Le revenu total, du travail et, le cas échéant, du transfert  $y_s$ , est :

$$y = y_t + y_s$$

Il en résulte que :

$$\begin{aligned} \text{si } y_t = 0, \quad y &= 0 + y_s \\ &= \bar{y} \end{aligned}$$

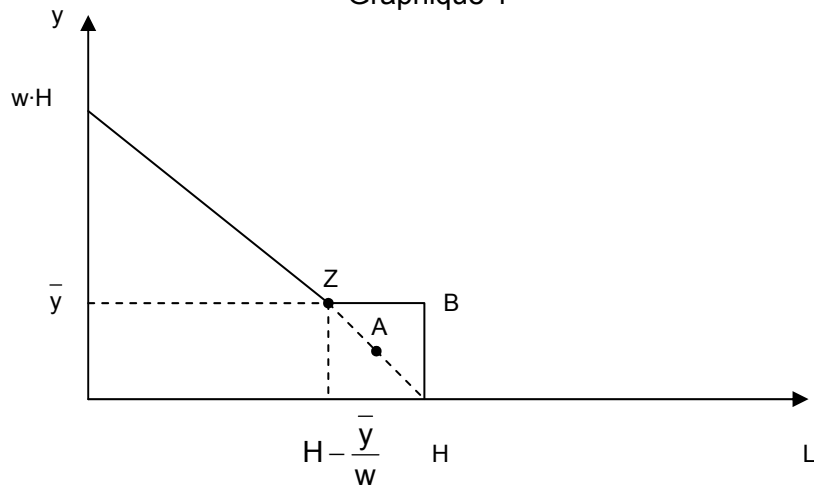
$$\begin{aligned} \text{si } 0 < y_t < \bar{y}, \quad y &= w \cdot T + y_s \\ &= w \cdot T + (\bar{y} - w \cdot T) \\ &= \bar{y} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{si } y_t > \bar{y}, \quad y &= w \cdot T \\ &= w \cdot (H - L) \end{aligned}$$

Notons que, en présence d'un salaire  $w$ , il faut travailler  $T = \frac{\bar{y}}{w}$  heures pour obtenir un revenu du travail  $y_t$  égal à  $\bar{y}$ . Autrement dit, si on a un revenu du travail  $\bar{y}$ , c'est-à-dire travaille  $\frac{\bar{y}}{w}$  unités de temps, on perd le droit au transfert de l'Etat.

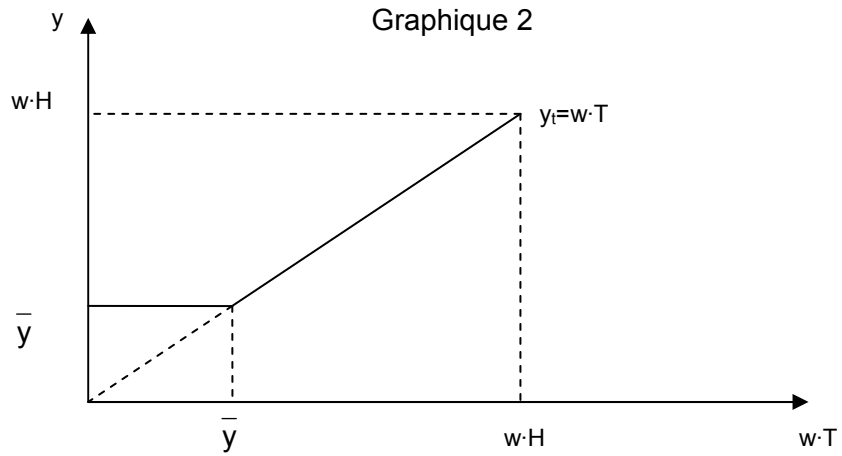
Graphiquement, on obtient:

Graphique 1

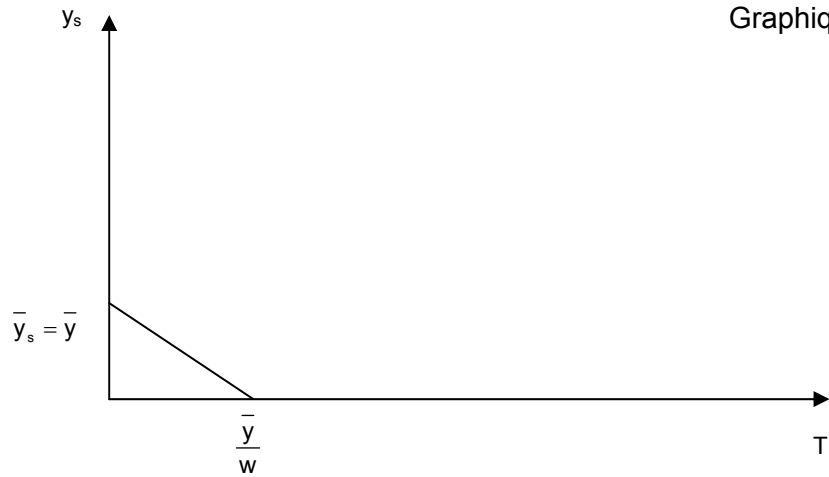


ou, en mettant en abscisse respectivement T, le travail effectué ou  $y_t$ , le revenu du travail :

Graphique 2



Le subside évolue comme suit :



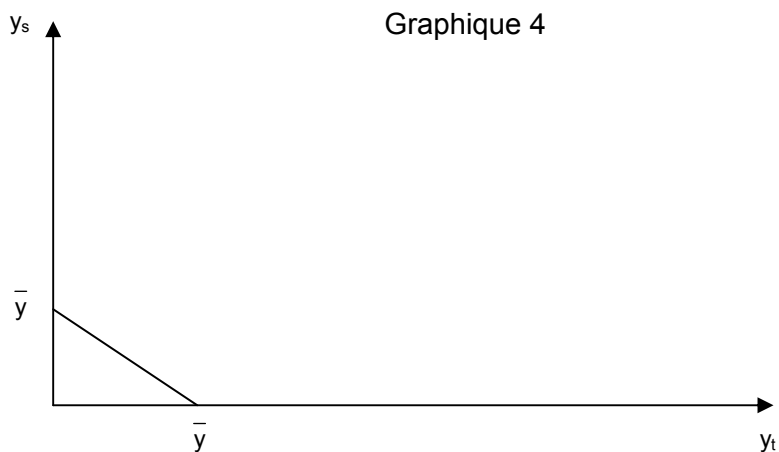
On a :

$$y_s = \bar{y} - w \cdot T$$

$$\frac{dy_s}{dT} = -w \text{ et } \frac{dy_s}{d(w \cdot T)} = -1$$

Si on travaille une heure de plus le subside diminue de  $w$  et si on gagne 1 euro de plus, le subside diminue d'un euro.

Exprimé en fonction de  $y_t$ , le subside est :



Il importe de noter que si  $0 \leq y_t \leq \bar{y}$ , on a :

$$\frac{dy}{dT} = w$$

$$\frac{dy}{d(w \cdot T)} = \frac{1}{w}$$

$$\frac{dy}{dt} = 0$$

Autrement dit, si l'acteur travaille une heure de plus, il gagne  $w$ , mais en même temps le subside  $\bar{y}$  est diminué de  $w$ . Le taux marginal d'imposition implicite est de 100%.

Un individu qui a choisi le point  $A \in [HZ]$  du graphique 1 avant l'introduction du transfert va (très probablement) choisir le point B, ne plus travailler et consommer plus.

Certains individus qui ont choisi un point le long de  $[w \cdot H + K, Z]$  vont respectivement passer au point B ou ne pas modifier leur choix initial.

L'introduction du mécanisme de transfert, qui se caractérise par le fait que pour chaque euro de salaire additionnel le transfert est diminué d'un euro jusqu'à ce qu'il devient 0 pour un temps de travail  $\frac{\bar{y}}{w}$ , c'est-à-dire pour un du travail égal ou supérieur à  $\bar{y}$  revenu, a pour conséquence, en agrégé, de réduire le temps de travail global, et ceci notamment dans la catégorie de ceux travaillant le moins ou ayant le salaire horaire le plus bas.

En quelque sorte, et, paradoxalement, le système de transfert en question introduit avec pour objectif d'assurer que personne n'ait un revenu disponible inférieur au niveau  $\bar{y}$  défini socialement comme une sorte de revenu minimal ou comme seuil de sortie de la pauvreté va augmenter le nombre de ceux qui ne travaillent pas.

Ceci est un exemple de moral hazard en ce sens que le système de transfert augmente l'incitation à ne pas travailler afin d'être éligible au transfert.

Notons que si l'analyse de ce cas se complique de par une non-linéarité dans les contraintes qui se caractérisent par des coins (« *kinks* »), il est utile de noter, déjà à ce stade, que de tels coins ont un impact important mais différent selon qu'ils sont tournés vers l'extérieur ou l'intérieur.

Citons à ce sujet Deaton et Muellbauer<sup>1</sup> :

*“When we come to consider specific models of how choices are made, we shall see that such kinks have important consequences, since under many such models, points with outward kinks are rather frequently chosen with the opposite being true for inward kinks.”*

---

<sup>1</sup> *Economics and consumer behavior*, Cambridge University Press, 1980.

En simplifiant, si le coin est tourné vers l'intérieur, on est en présence d'une non-convexité de l'espace des choix possibles et, en règle générale, le choix des acteurs ne portera pas sur le coin, voire sur un point dans un alentour plus ou moins grand de ce coin.

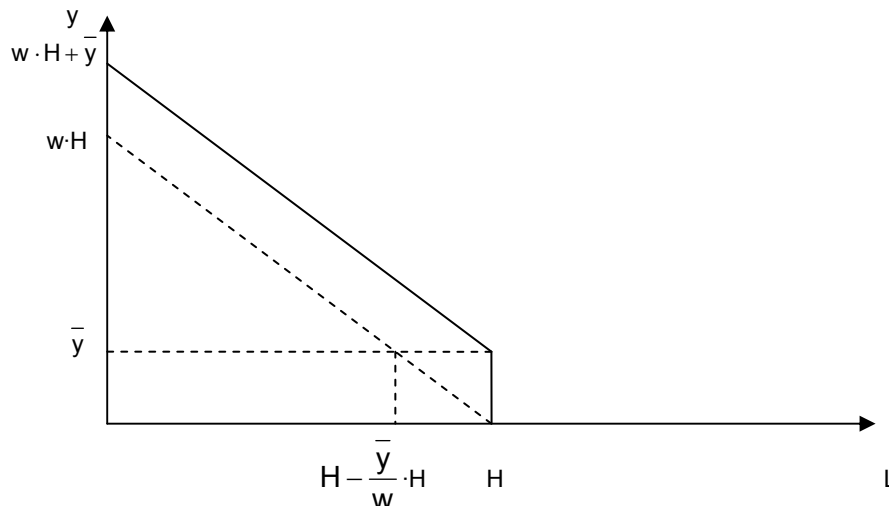
Ceci dit, l'acteur pourrait en quelque sorte « *convexifier* » le champ des possibles en alternant son choix entre les deux côtés du coin. Par exemple, si le coin est le résultat de la cessation d'un programme de sécurité sociale dont l'éligibilité est liée à un seuil de revenu à ne pas dépasser, il serait possible, en supposant des coûts de transaction nuls ou raisonnables, pour un acteur d'entrer et de sortir du programme en décidant respectivement de gagner moins ou plus que le seuil en question.<sup>1</sup>

10.1.2.

Si on voulait éviter l'effet de désincitation au travail dont s'accompagnerait l'architecture d'un tel système de transfert, souhaitable per se en vue d'endiguer la pauvreté, notamment des « *working poor* », l'on pourrait, à un autre extrême, accorder un transfert  $\bar{y}$  fixe, qui ne diminuerait pas avec le revenu du travail  $y_t$ .

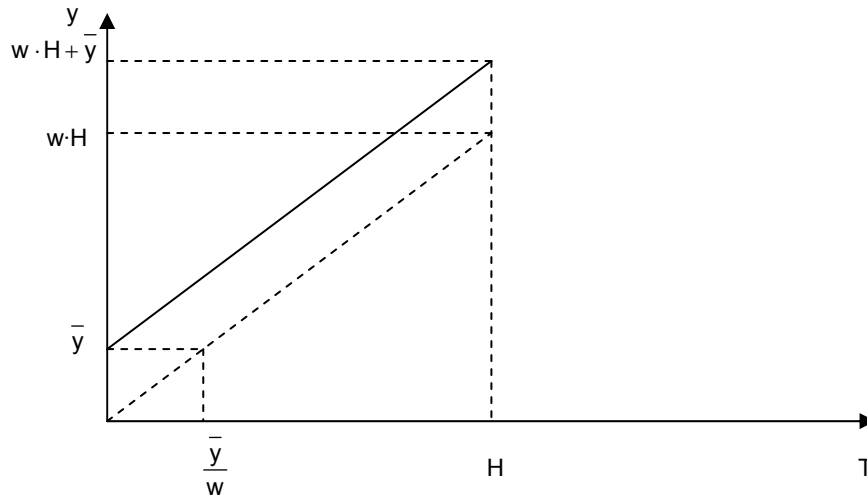
Donc  $y_s = \bar{y}$  peu importe  $y_t$ .

Graphiquement, on aurait :

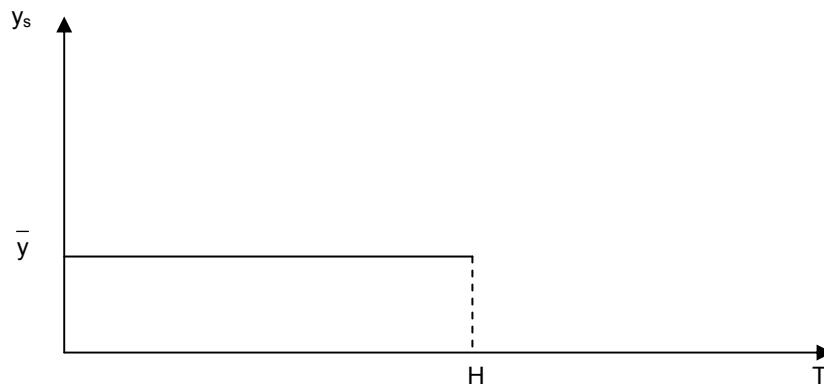


<sup>1</sup> cf. Robert Moffitt, "Welfare Programs and Labor Supply", Chapter 34, *Handbook of Public Economics*, North Holland, 2002.

ou



Quant au subside, on a :

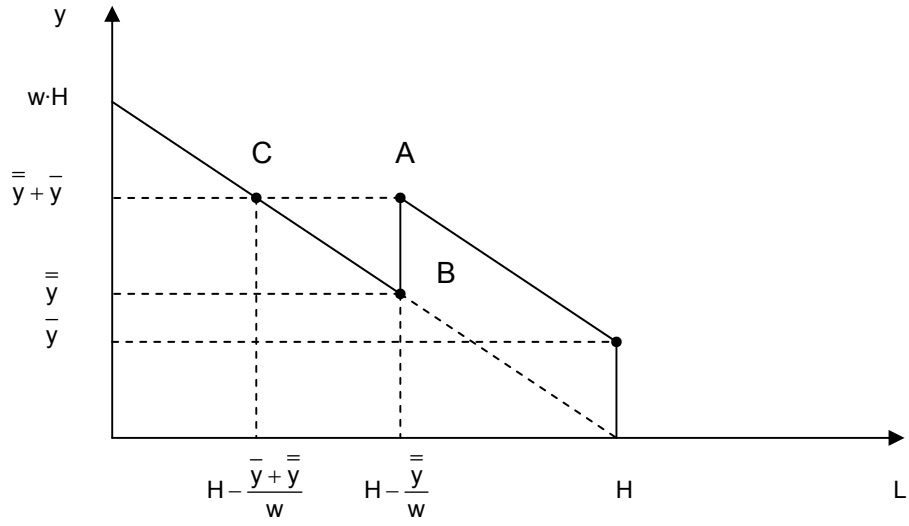


Ce système, d'un côté, éviterait l'effet désincitatif sur le plan de l'offre de travail, d'un autre côté serait fortement coûteux, en allant jusqu'à bénéficier à ceux qui n'en ont pas besoin.

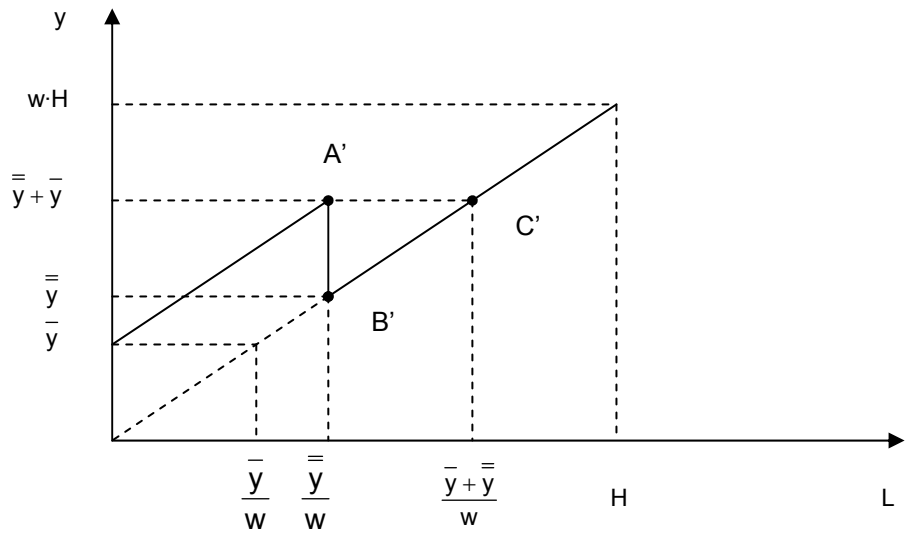
### 10.1.3.

L'on pourrait chercher à couper la poire en deux, chercher un équilibre entre coût élevé et désincitation au travail, et arrêter le transfert une fois dépassé un niveau de revenu du travail  $y_t = \bar{\bar{y}}$  supérieur à  $\bar{y}$ .

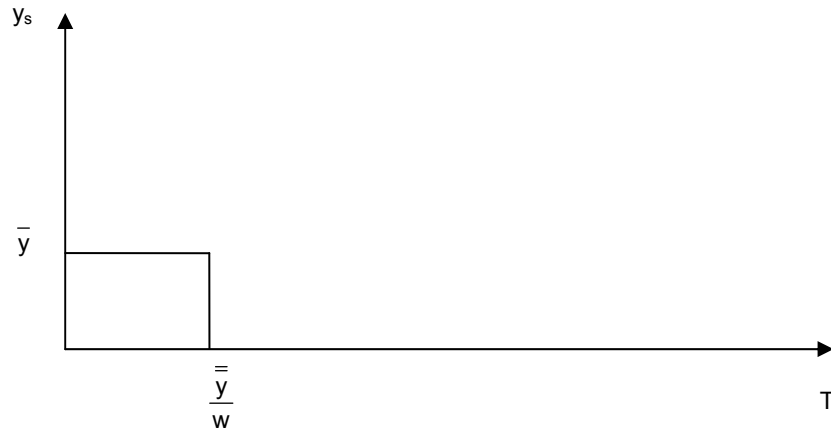
Graphiquement, cela donnerait :



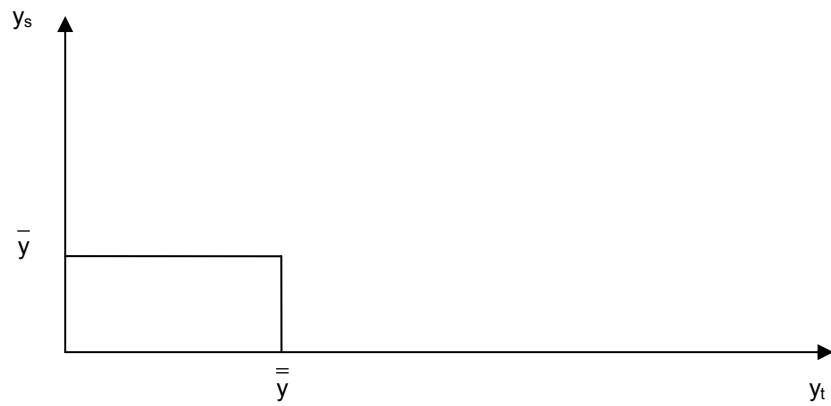
ou



Le subsidie évolue comme suit :



ou



Dans le cas de la section 10.1 on a eu :

$$0 < y_t < \bar{y} \quad y_s = \bar{y} - y_t$$

$$y > \bar{y} \quad y_s = 0$$

Dans le cas de la section 10.2 on a eu :

$$\forall y_t \quad y_s = \bar{y}$$

Dans le cas sous revue, on a, avec  $\bar{y}_t > \bar{y}$  :

$$0 < y_t < \bar{y}_t \quad y_s = \bar{y}$$

$$y_t > \bar{y}_t \quad y_s = 0$$

Algébriquement, on a :

- si  $y_t = 0$   $y = 0 + \bar{y} = \bar{y}$

- si  $0 < y_t \leq \frac{\bar{y}}{w}$   $y = w \cdot T + \bar{y}$   
 $= w \cdot H - w \cdot L + \bar{y},$

en particulier si  $T = \frac{\bar{y}}{w}$ , alors  $y = \bar{y} + \bar{y}$

de même que si  $T = \frac{\bar{y} + \bar{y}}{w}$ , on a également  $y = \bar{y} + \bar{y}$

- si  $y_t \geq \frac{\bar{y}}{w}$   $y = w \cdot T$   
 $= w \cdot H - w \cdot L$

Il se pose une problématique spécifique au moment où l'agent a un revenu de travail  $\bar{y}$  qui lui fait perdre le bénéfice du transfert  $\bar{y}$ .

Supposons que  $w \cdot T = \bar{y}$ . Dans ce cas,  $y = \bar{y} + \bar{y}$ .

Supposons maintenant que l'agent travaille une heure de plus. Il gagne  $w$  mais il perd l'entièreté du transfert  $\bar{y}$ .

Cela donne en net, en rappelant que l'on peut écrire  $\bar{y}$  comme  $\bar{y} = \alpha \cdot w \cdot H$  ( $0 < \alpha < 1$ ):

$$\begin{aligned} & w - \bar{y} \\ &= w - \alpha \cdot w \cdot H \\ &= w \cdot (1 - \alpha \cdot H) \end{aligned}$$

Ce montant est négatif si  $1 - \alpha \cdot H$  soit si  $\alpha > \frac{1}{H}$ . Cette hypothèse est sous-jacente à notre graphique.

Prenons un exemple numérique.  $H=24$ ,  $w=2$  et  $\bar{y}=6$ .

Dans ce cas :

$$\begin{aligned} w - \bar{y} \\ = 2 - 6 \\ = -4 \end{aligned}$$

Donc, s'il gagne 2 de plus à travers une heure de travail additionnelle prestée, il est « propulsé » au-delà de  $\bar{y}$  ce qui lui fait perdre l'entière du subsidé, de sorte que le taux d'imposition marginal implicite est  $\frac{4}{2} \times 100\%$ , c'est-à-dire 200%. Donc gagner 2 de plus résulte in fine dans une diminution du revenu disponible de 4 (2-6).

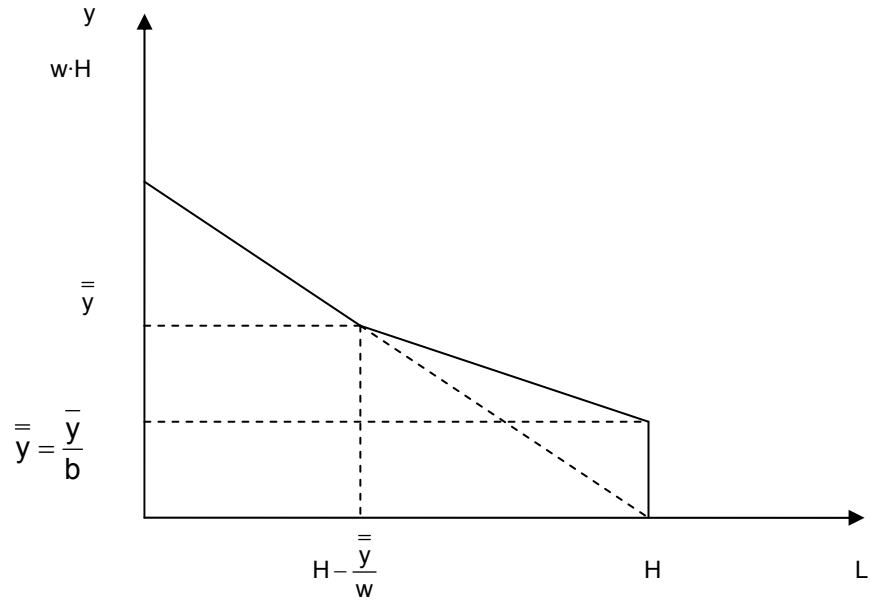
Cette problématique est quelque fois qualifiée de « *trappe de pauvreté* », de « *trappe d'inactivité* » ou de « *notch problem* ».

Economiquement, une telle trappe de pauvreté est une source d'inefficience très importante. Il n'est pas téméraire de penser qu'aucun acteur ne va choisir d'offrir une quantité de travail  $T$  telle que  $\frac{\bar{y}}{w} < T \leq \frac{\bar{y} + \bar{y}}{w}$ , puisque peu importe le niveau  $T$  appartenant à cet intervalle, il va finir, étant confronté à un taux marginal de prélèvement supérieur à 100%, par avoir un revenu  $y$  inférieur au revenu qu'il aurait en ne travaillant que  $\frac{\bar{y}}{w}$ .

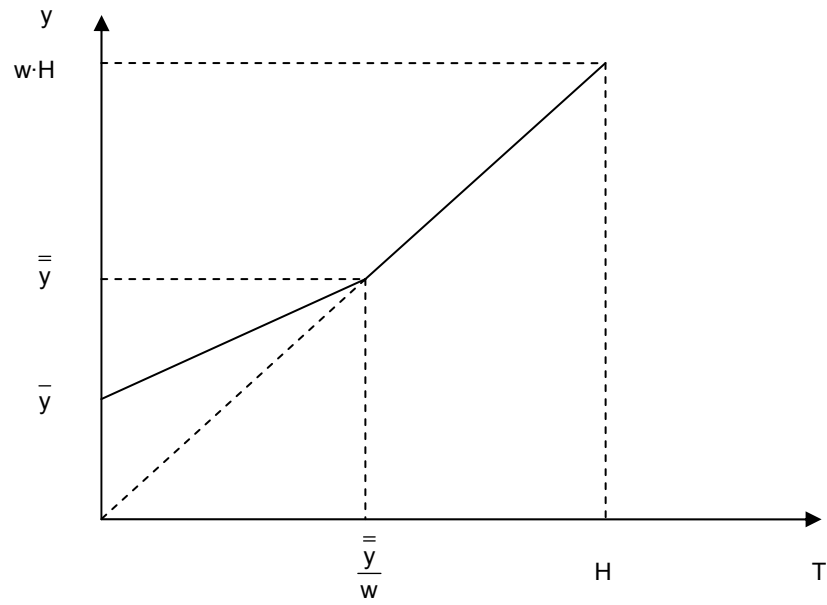
#### 10.1.4.

Finalement, on pourrait prévoir un « *phasing out* » progressif du subsidé en ce sens qu'à partir du premier euro de revenu du travail l'on le diminue d'une fraction de cet euro jusqu'à un niveau de revenu du travail où il devient 0.

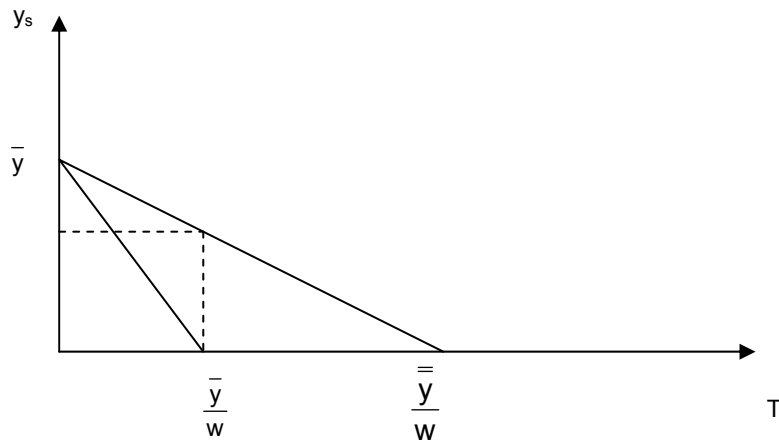
Représentons d'abord graphiquement ce système avant de l'analyser de plus près.



ou



Dans ce modèle,  $y_s$  évolue comme suit, avec  $\bar{y}$  le niveau maximal du subside que l'on obtient si  $T = w \cdot T = 0$  :



L'expression générale est :

$$y_s = \bar{y} - b \cdot w \cdot T$$

Dans ce système, on fait varier la subvention comme dans le cas où  $y_s = \bar{y} - y_t$ , mais dans un degré non plus égal à l'augmentation du revenu du travail, ce qui a fait qu'elle s'est annulée à partir où  $y_t$  attend  $\bar{y}$  mais une proposition inférieure à l'augmentation du revenu du travail, soit

$$y_s = \bar{y} - b \cdot y_t$$

Si  $b=1$ , on est dans le système initial avec

$$y_s = \bar{y} - y_t$$

On a :

$$y_s = 0$$

si  $\bar{y} - b \cdot w \cdot T = 0$

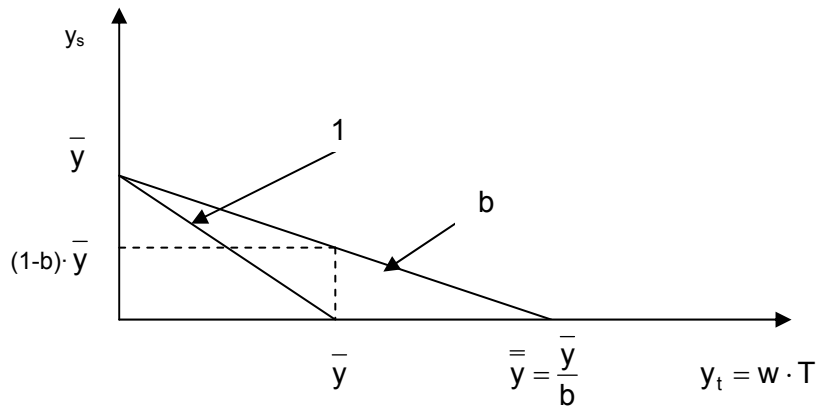
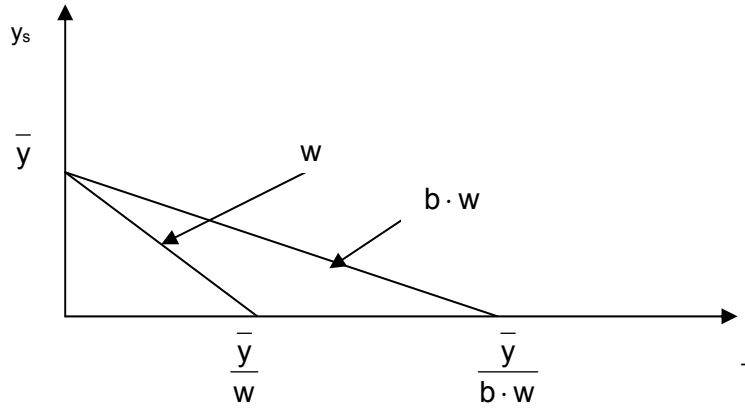
soit si, alternativement,

$$T = \frac{\bar{y}}{b \cdot w}$$

$$w \cdot T = \frac{\bar{y}}{b}$$

On a :  $\frac{dy_s}{dT} = -bw$  et  $\frac{dy_s}{dy_t} = -b$

Donc :



Il y a trois paramètres :

- le niveau de revenu minimal  $\bar{y}$  ;
- le niveau de revenu  $\bar{\bar{y}}$  à partir duquel le subside doit s'annuler ;
- le degré  $b$ .

Les paramètres  $b$  et  $\bar{\bar{y}}$  ne peuvent pas être fixés indépendamment. Si on se donne au départ avec  $b = \bar{b}$  une « vitesse » de réduction de  $\bar{y}$ , alors le niveau  $\bar{\bar{y}}$  où le subside s'annulera en découle et si, en revanche, on se donne le niveau  $\bar{\bar{y}}$  à partir duquel on veut que le subside devienne nul, alors une « vitesse »  $b$ , compte tenu de  $\bar{y}$  et de  $\bar{\bar{y}}$  en découlera. On parle du triangle des incompatibilités.

$$\begin{aligned}
 \text{si } y = 0, \quad y &= y_t + y_s \\
 &= 0 + \bar{y} \\
 &= \bar{y}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{si } 0 < y_t \leq \bar{y} \quad y &= w \cdot T + y_s \\
 &= w \cdot \bar{y} - b \cdot w \cdot T \\
 &= \bar{y} + (1-b) \cdot w \cdot T \\
 &= \bar{y} + (1-b) \cdot w \cdot H - (1-b) \cdot w \cdot H \cdot L
 \end{aligned}$$

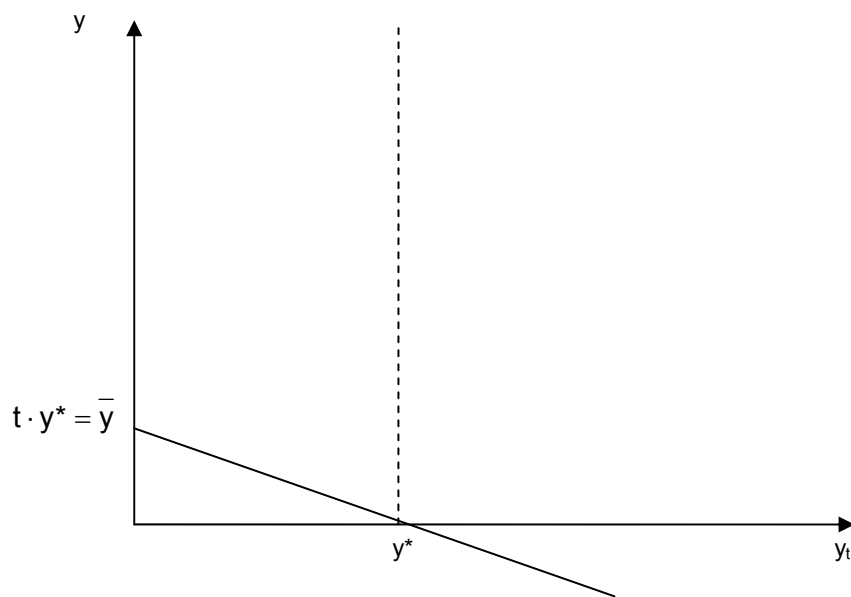
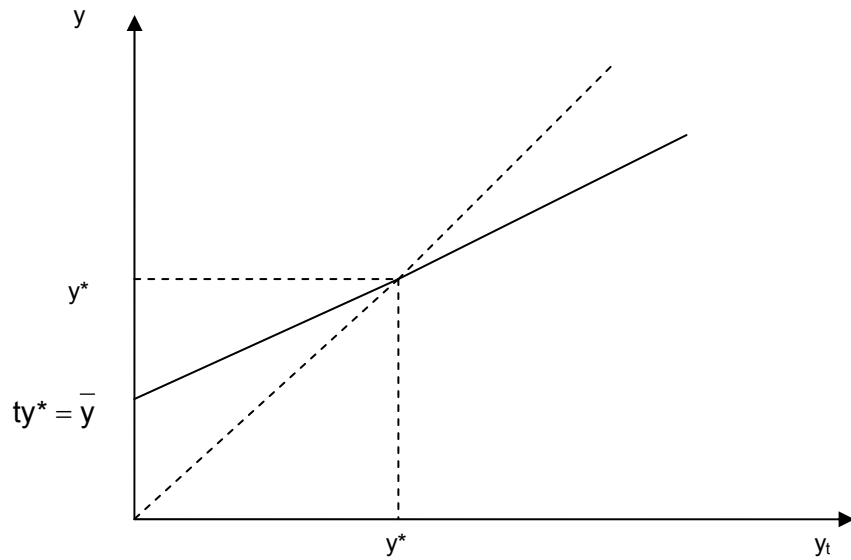
$$\begin{aligned}
 \text{si } y_t > \bar{y} \quad y &= w \cdot T + 0 \\
 &= w \cdot T \\
 &= w \cdot H - w \cdot L
 \end{aligned}$$

Nous notons que travailler une heure rapporte  $w$  mais il ne reste que  $(1-b) \cdot w < w$ . Tel n'est pas le cas, ici, parce que le salaire serait taxé, mais parce qu'en contrepartie le subside diminue de  $s \cdot w$ . Tout se passe comme s'il y avait un impôt de, en absence de subside,  $t$ .

#### 10.1.5. Impôt négatif

Pour terminer analysons un système combiné subside/impôts où un subside est accordé jusqu'à  $y_t = y^*$  à partir duquel un impôt proportionnel  $t$  est prélevé.

Graphiquement, on obtient :



Désignons  $\bar{y}$  par  $\bar{y} = t \cdot y^*$  ou  $y^* = \frac{\bar{y}}{t}$ .

Il y a 3 grandeurs  $\bar{y}$ ,  $y^*$  et  $t$  qui sont liées.

Pour un  $t$  donné, si on fixe encore  $y^*$  alors  $\bar{y} = t \cdot y^*$  en résulte et si, par contre, on fixe encore  $\bar{y}$ ,  $y^* = \frac{\bar{y}}{t}$  en résulte.

L'équation s'écrit :

$$y = a + b \cdot y_t$$

On a :

$$\text{si } y_t = 0 \quad y = a = t \cdot y^*$$

$$\text{si } y_t = y^* \quad y^* = t \cdot y^* + b \cdot y^*$$

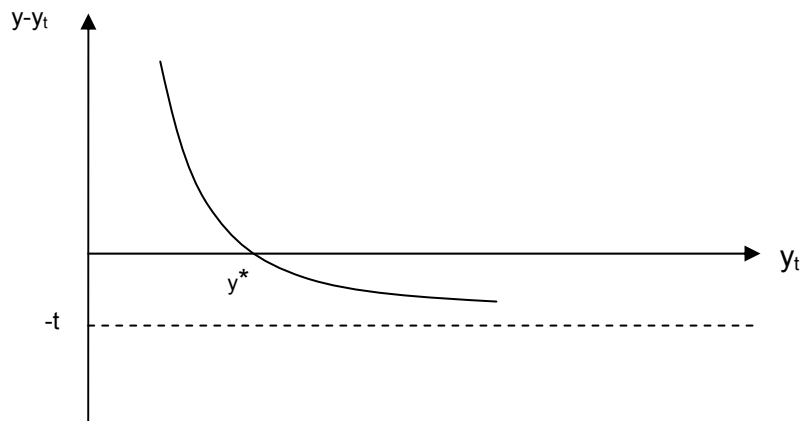
$$\text{donc :} \quad b = \frac{(1-t) \cdot y^*}{y^*} = 1-t$$

$$\begin{aligned} \text{D'où :} \quad y &= t \cdot y^* + (1+t) \cdot y_t \\ &= y_t - t \cdot (y_t - y^*) \\ &= y_t + t \cdot (y^* - y_t) \end{aligned}$$

L'équation de transfert est :

$$y - y_t = t \cdot (y^* - y_t)$$

Le transfert net moyen pour l'individu évolue comme suit. Il est positif si  $y_t < y^*$  et il est négatif, c'est-à-dire il y a un impôt à payer, si  $y_t > y^*$



Ce système est progressif.

Un tel système combiné

$$\text{- d'un subside égal à } \frac{t}{y^*} - y_t > 0 \text{ si } y < y^*$$

et

$$\text{- d'une taxe égale à } t \cdot (y_t - y^*) > 0 \text{ si } y > y^*$$

est souvent qualifié d'impôt négatif.

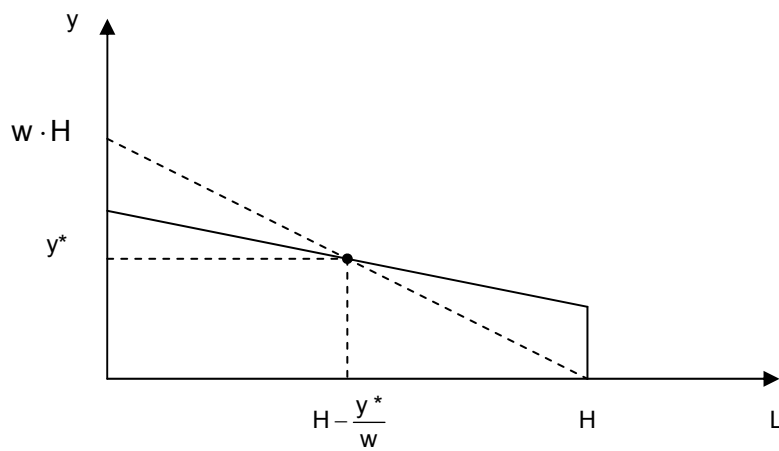
Exercice

Analyser le cas si on a que :

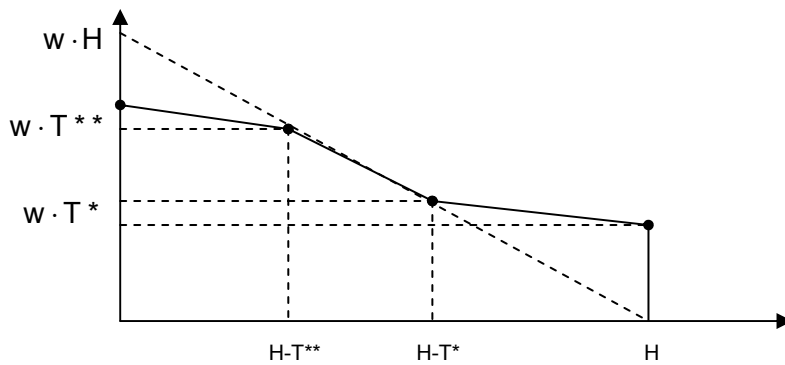
si  $y_T < y^*$ , le subside est  $s \cdot (y^* - y_t)$   
 et si  $y_t > y^*$ , l'impôt est  $t \cdot (y_t - y^*)$

autrement dit, où le taux de subside n'est pas égal au taux d'impôt.

Graphiquement, on a :



Supposons maintenant qu'il n'y a pas de passage continu du système de subside au système d'impôt mais que l'on ait la situation suivante :



Analysez ce cas si  $T < T^*$ , il y a un subside décroissant, si  $t^* < T < T^{**}$  il n'y a ni subside ni impôt et si  $T > T^{**}$ , il y a un impôt proportionnel  $t$  égal au « taux décroissant » du subside. Notons que cette contrainte budgétaire à 3 coins, un coin vers l'intérieur et deux vers l'extérieur.

## 10.2. Subside direct du travail

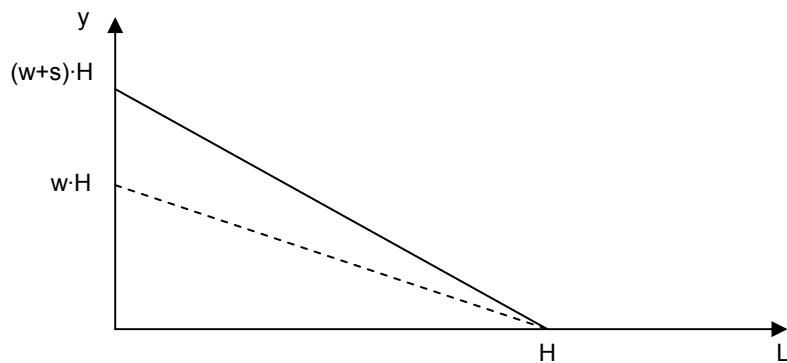
### 10.2.1.

Admettons que le travail est directement subsidié en ce sens que l'Etat « complète » le salaire horaire  $w$  par un subside  $s$  par heure de travail.

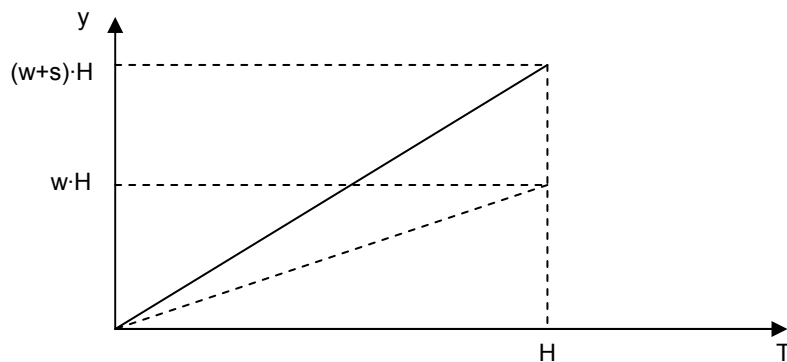
Le revenu  $y$  devient :

$$\begin{aligned} y &= y_t + y_s \\ &= w \cdot T + s \cdot T \\ &= (w + s) \cdot T \\ &= (w + s) \cdot H - (w + s) \cdot L \end{aligned}$$

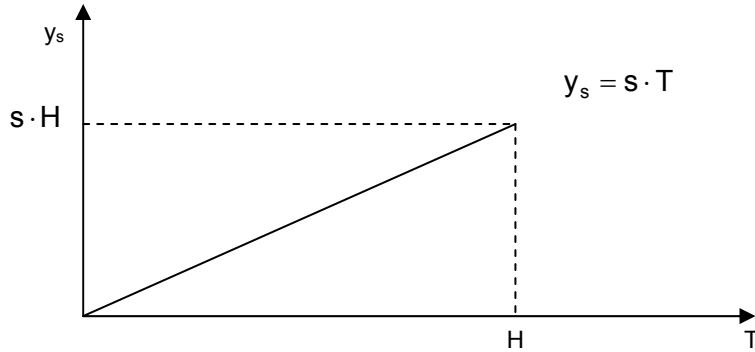
Graphiquement :



ou



Le subside  $y_s$  évolue comme suit :



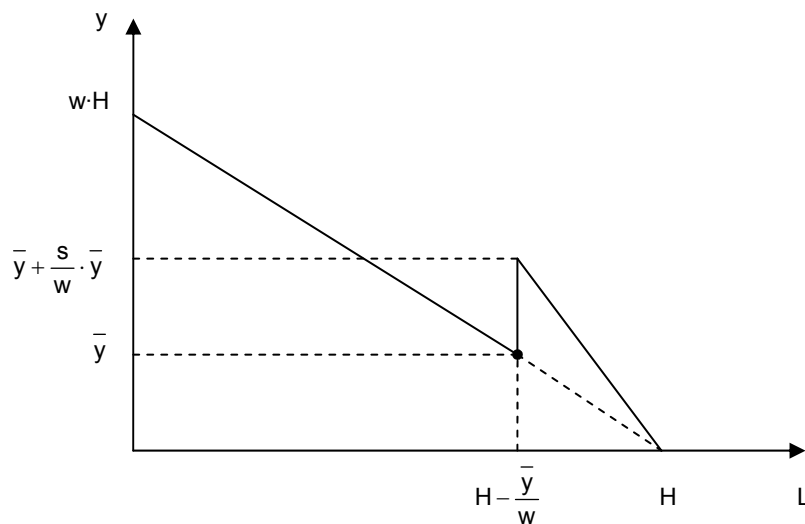
En règle générale, un tel support incitatif au travail, aussi bien à l'offre qu'à la demande de travail, si on prend l'optique marché, est coûteuse.

En principe, un tel système de subside ne joue que jusqu'à un certain seuil de revenu du travail  $\bar{y}$ .

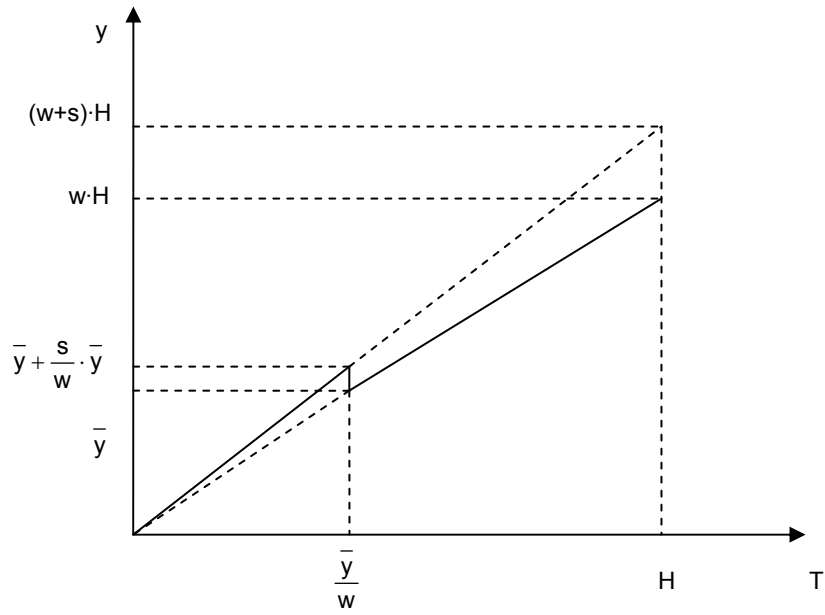
10.2.2.

Si l'on arrête le subside une fois atteint un seuil du revenu de travail,  $\bar{y}$ , donc un travail de  $\bar{T} = \frac{\bar{y}}{w}$ , on retrouve la problématique de la « *trappe de pauvreté* ».

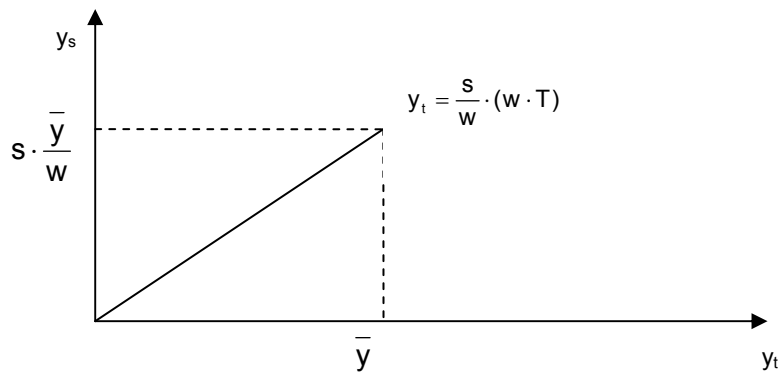
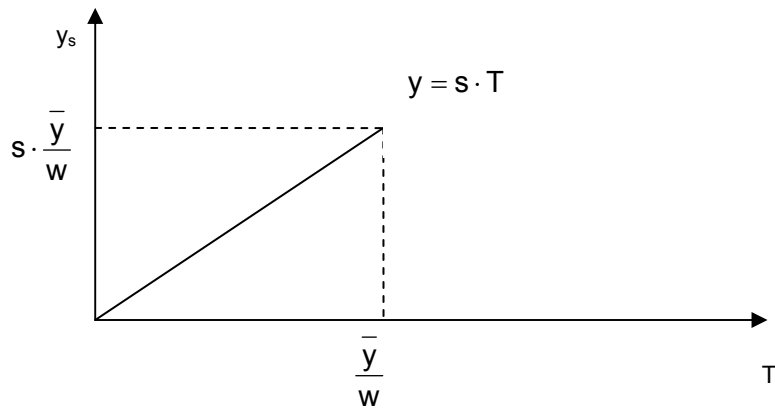
Graphiquement :



OU



Le subside évolue comme suit :



On a que si  $T = \frac{\bar{y}}{w}$ , le subside total est à son maximum, à savoir

$$s \cdot T = s \cdot \frac{\bar{y}}{w} = \frac{s}{w} \cdot \bar{y}.$$

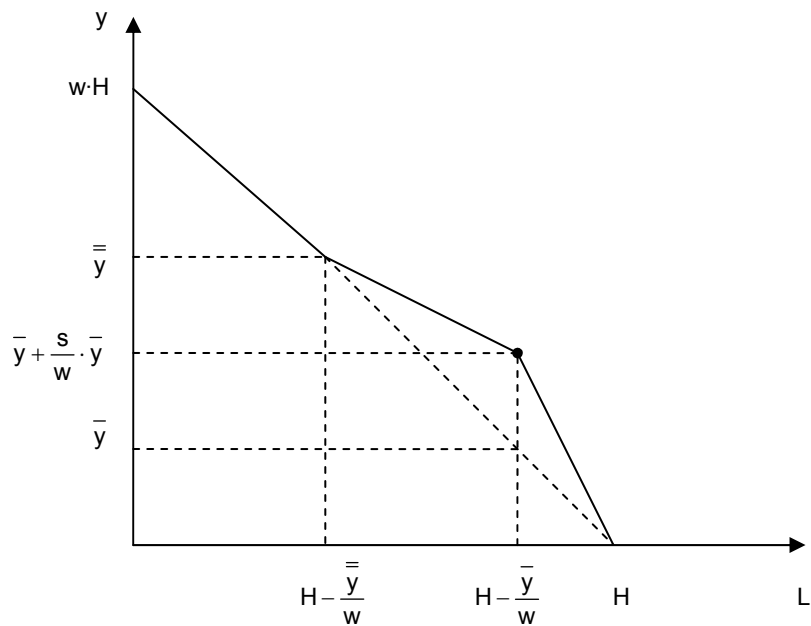
Le revenu  $y$  est alors :

$$\begin{aligned} y &= y_t + y_s \\ &= \bar{y} + \frac{s}{w} \cdot \bar{y} \\ &= \bar{y} \cdot \left( \frac{w+s}{w} \right) \end{aligned}$$

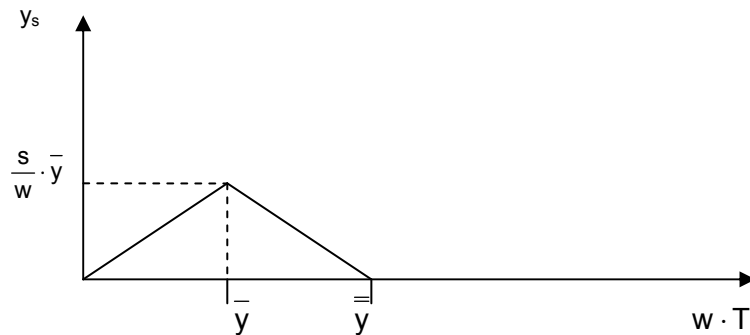
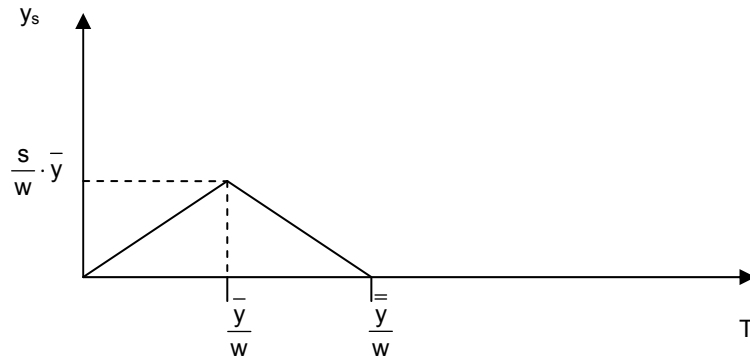
10.2.3.

Pour éviter l'écueil de la trappe de pauvreté, l'on peut, au-delà d'arrêter d'un coup le subside, le diminuer linéairement pour l'annuler pour un niveau de revenu du travail  $\bar{\bar{y}} > \bar{y}$ .

Graphiquement :



Le subside  $y_s$  évolue comme suit en fonction de  $T$  :



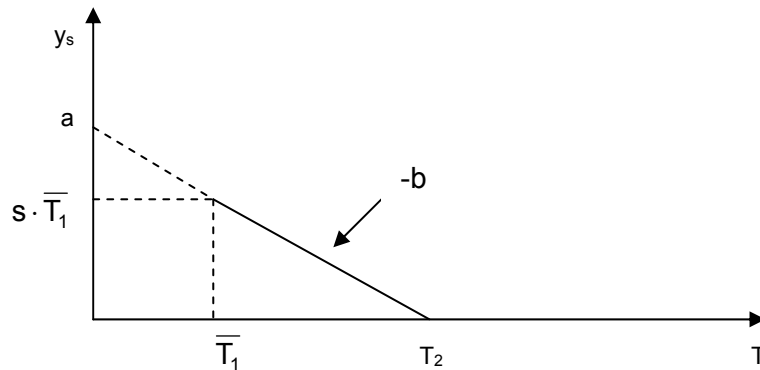
Il existe 3 grandeurs de politiques des transferts, à savoir :

- le niveau de travail,  $T$ , ou de revenu du travail,  $w \cdot T$ , pour lequel l'on veut que le subside n'augmente pas. Désignons ce niveau par  $T_1$ .
- le niveau de travail à partir duquel on veut que le subside devienne nul. Désignons par  $T_2$  ce niveau.
- le degré de diminution du subside,  $b$ , entre ces deux seuils  $T_1$  et  $T_2$ .

Notons que le décideur ne dispose que de deux degrés de liberté, s'il fixe deux des trois grandeurs  $T_1$ ,  $T_2$  et  $b$ , la troisième est automatiquement fixée.

Pour cadrer notre analyse, admettons qu'au départ, le travail à partir duquel l'on veut que le subside n'augmente plus mais commence à décroître est fixé à  $T_1 = \bar{T}_1$ .

Graphiquement, on a :



L'équation de la droite est :

$$y_s = a - b \cdot t$$

Cette droite passe par le point  $(\bar{T}_1, s \cdot \bar{T}_1) = \left( \frac{\bar{y}}{w}, s \cdot \frac{\bar{y}}{w} \right)$

Par rapport à ce point, on peut choisir le degré de diminution  $b = \bar{b}$  et le niveau  $T_2 = \bar{T}_2$  résulte alors de  $\bar{T}_1$  et de  $\bar{b}$  et on peut fixer  $\bar{T}_2$  et le degré de diminution  $b$  découle alors de  $\bar{T}_1$  et  $\bar{T}_2$ .

Prenons le cas où on fixe  $b$ , soit  $b = \bar{b}$ .  
Il résulte que

$$\frac{a - s \cdot \bar{T}_1}{\bar{T}_1} = b$$

soit  $a = (\bar{b} + s) \cdot \bar{T}_1$

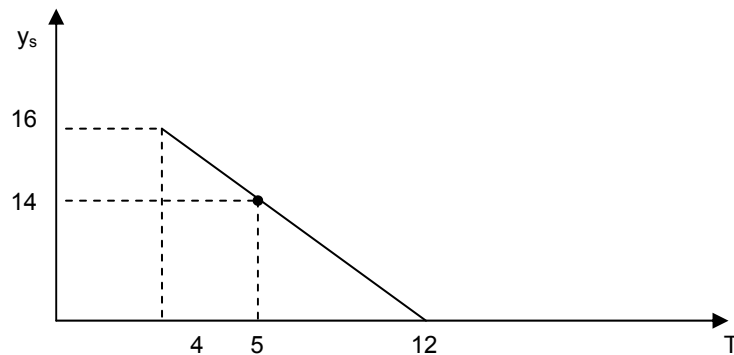
D'où :  $y_s = (\bar{b} + s) \cdot \bar{T}_1 - \bar{b} \cdot T$

Cette équation peut également s'écrire :

$$\begin{aligned} y_s &= \bar{b} \cdot \bar{T}_1 + s \bar{T}_1 - \bar{b} \cdot T \\ &= s \cdot \bar{T}_1 - b \cdot (T - \bar{T}_1) \end{aligned}$$

Cette dernière expression nous montre bien que si  $T > \bar{T}_1$ , le subside  $y_s$  diminue à raison du multiple  $\bar{b}$  de  $(T - \bar{T}_1)$ .

Développons un exemple. Soit  $w=8$ ,  $s=4$ ,  $b=2$  et  $\bar{T}_1 = 4$ .



Comme  $\bar{T}_1 = 4$  et  $s = 4$ , le subside maximal est 16. Augmentons  $T$  d'une unité  $\Delta T = 5 - 4 = 1$ . Dans ce cas le subside total diminue de  $b=2$ , alors on a  $y_s = 4 \cdot 4 - 2(5 - 4) = 16 - 2 = 14$ .

Le subside moyen avec  $T=5$  n'est plus que de

$$\frac{14}{5} < \frac{16}{4} = 4 = s$$

Donc si on travaille une cinquième heure le salaire devient  $w=8$  mais il ne reste que  $w-b=8-2=6$  de ce salaire parce que le subside est réduit de 16 à 14.

Nous pouvons encore autrement exprimer  $y_s$ .

Cherchons, en présence de  $\bar{T}_1$  et  $\bar{b}$ , la valeur  $\bar{T}_2$  pour laquelle  $y_s$  s'annule.

On a :

$$0 = s \cdot \bar{T}_1 - \bar{b}\bar{T}_2 + \bar{b}\bar{T}_1$$

$$\bar{b} \cdot \bar{T}_2 = (s + \bar{b})\bar{T}_1$$

$$\bar{T}_2 = \frac{s + \bar{b}}{\bar{b}} \cdot \bar{T}_1$$

Par ailleurs :

$$a = (\bar{b} + s) \cdot \bar{T}_1$$

$$= \left( \frac{s + \bar{b}}{\bar{b}} + s \right) \cdot \bar{T}_1$$

$$= \frac{s \cdot \bar{T}_1 \cdot \bar{T}_2}{\bar{T}_2 - \bar{T}_1}$$

D'où :

$$y = \frac{s \cdot \bar{T}_1 \cdot \bar{T}_2}{\bar{T}_2 - \bar{T}_1} - \frac{s \cdot \bar{T}_1}{\bar{T}_2 - \bar{T}_1} \cdot T$$

$$= b \cdot \bar{T}_2 - bT \quad \text{ou} \quad b = \frac{s \cdot \bar{T}_1}{\bar{T}_2 - \bar{T}_1}$$

Les trois expressions ci-après sont équivalentes

$$y_s = (b + s) \cdot \bar{T}_1 - b \cdot \bar{T}$$

$$y_s = s \cdot \bar{T}_1 - b \cdot (T - \bar{T}_1)$$

$$y_s = b \cdot T_2 - bT$$

avec  $b = \frac{s \cdot \bar{T}_1}{T_2 - \bar{T}_1}$  ou  $T_2 = \frac{s+b}{b} \cdot \bar{T}_1$

Le subside par unité de travail est :

$$\frac{y_s}{T} = s \cdot \frac{\bar{T}_1}{T} - b \cdot \frac{T - \bar{T}_1}{T}$$

$$= b \cdot \frac{T_2}{T} - b$$

Si  $T=T_2$ , on a que  $\frac{y_s}{T}$  est nul.

La contrainte budgétaire devient :

$$\text{si } y_t = 0 \quad y = y_t + y_s$$

$$= 0 + 0$$

$$= 0$$

$$0 < y_t < \bar{y} \quad y = y_t + y_s$$

$$= w \cdot T + s \cdot T$$

$$= (w + s) \cdot T$$

$$= (w + s) \cdot H - (w + s) \cdot L$$

$$= (w + s) \cdot \frac{\bar{y}}{w}$$

$$= \bar{y} + \frac{s\bar{y}}{w}$$

$$\bar{y} < y_t \leq \bar{\bar{y}} \quad y = y_t + y_s$$

$$= w \cdot T + b \cdot T_2 - b \cdot T$$

$$= (w - b) \cdot T + b \cdot T_2$$

$$= (w - b) \cdot T + (s + b) \cdot T_1$$

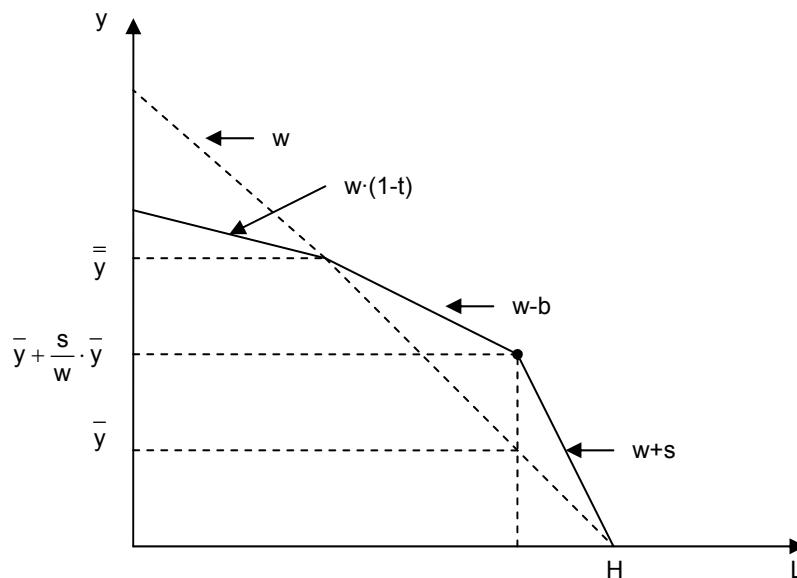
$$= (w - b) \cdot H - (w - b) \cdot 2 + b \cdot T$$

Notons que :

$$\text{si } 0 < y_t < \bar{y} \quad \frac{dy}{dT} = w + s$$

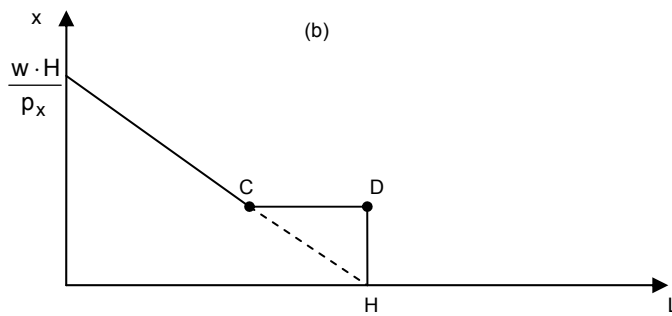
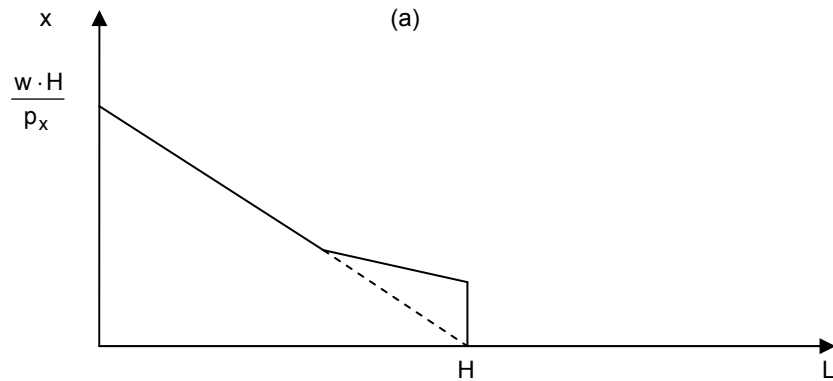
$$\bar{y} < y_t < \bar{\bar{y}} \quad \frac{dy}{dT} = w - b$$

Finalement, notons que l'on peut prévoir de prélever, à partir du seul  $\bar{\bar{y}}$  ou le subside s'annuelle, un impôt proportionnel  $t$  sur la partie du revenu du travail dépassant  $\bar{y}$  avec  $t > k$ . Que se passe-t-il si  $0 < t < k$  ?



Exercices

- (i) Exprimez algébriquement la contrainte budgétaire sous (iv).
- (ii) Interprétez les contraintes budgétaires ci-après et comparez-les.



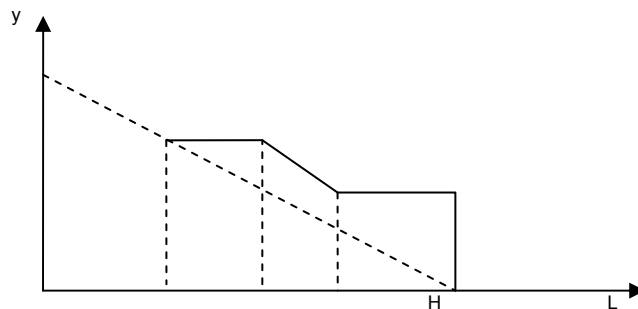
Montrez pourquoi (très probablement) un consommateur ne va pas choisir un point le long de [C,D].

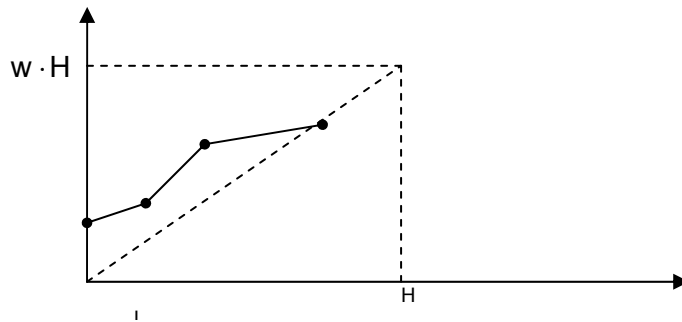
- (iii) Soit un consommateur dont le revenu du travail est  $w \cdot T$ . De surcroît, il peut obtenir un transfert de l'Etat,  $B$ , qui est défini comme suit :

$$B = G - t \cdot w \cdot T$$

où  $t$  est le taux d'imposition proportionnel du revenu. Analysez ce cas.

- (iv) Analyser le cas suivant :





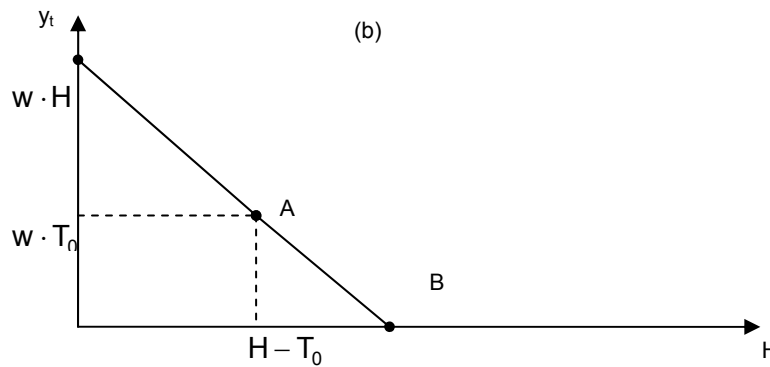
(v) Que se passe-t-il dans la section 4, on a que  $b > w$  ?

(vi) Commenter la validité de l'affirmation suivante :

« si, pour un seuil de revenu donné  $\bar{T}_1$  à partir duquel le subside total au travail doit diminuer, plus on veut éviter que trop de personnes peuvent encore bénéficier d'un subside, plus le taux de prélèvement marginal doit être important, et plus l'effet désincitatif au travail sera élevé. »

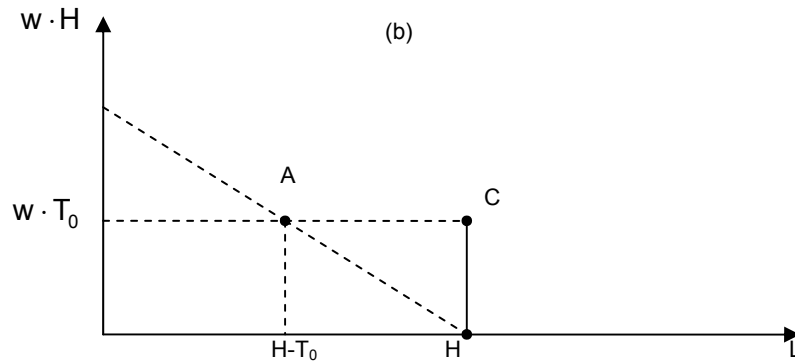
### 10.3. Revenu de remplacement

Supposons qu'un agent travaille  $T_0$  pour gagner  $w \cdot T_0$



Supposons que cet agent perde son travail. Il passe du point A  $(H - T_0, w \cdot T_0)$  au point B  $(H, 0)$ .

Supposons qu'il existe un système d'allocation de chômage. Si cette dernière est définie comme étant égal à 100% du revenu du travail antérieur, on obtient :



Il n'est pas téméraire de s'attendre à ce que si un agent donné avait le choix entre d'un côté travailler, A, et, de l'autre côté, ne pas travailler tout en obtenant une allocation de chômage, C, l'agent, ou une majorité des agents, choisirait C.

Cette observation contribue à expliquer pourquoi, en règle générale, le revenu de remplacement que constitue l'allocation de chômage n'est qu'une fraction du revenu du travail.

### **Titre III. Le choix optimal du contribuable consommateur**

Nous avons dans les titres I et II analysé l'impact de différents types de taxes sur la contrainte budgétaire d'un consommateur respectivement avec revenu exogène ou revenu endogène. Cette analyse à elle seule a permis de dégager un certain nombre de résultats intéressants.

Nous allons maintenant introduire le volet des préférences du consommateur pour analyser comment, en interaction avec sa contrainte budgétaire, ce dernier va déterminer son comportement en tant que demandeur.

Cela nous permet d'analyser, par une approche de statique comparative et d'équilibre partiel, l'impact d'une taxe sur ses choix de consommation tout en définissant et précisant dans quelle mesure et à quelles conditions une taxe peut être une source d'inefficience économique.

En ce faisant, nous allons introduire les concepts de demande de Marshall, de demande de Hicks, de variation équivalente (EV), de variation compensatoire (CV) et de deadweight loss (« *tax burden* », « *excess burden* », « *Zusatzlast der Steuer* ») (DWL) d'une taxe.<sup>1</sup>

Nous allons développer cette analyse de l'introduction d'une taxe sur la base notamment de l'exemple numérique de l'introduction d'une taxe unitaire sur le bien X tout en prenant comme référence un consommateur dont la fonction d'utilité  $U=x \cdot y$  du type Cobb-Douglas<sup>2</sup> et dont le revenu exogène nominal R est R=200, les prix de marché des deux biens X et Y étant  $p_x = 5$  et  $p_y = 1$ .

Quant au comportement de ce consommateur, on fait l'hypothèse traditionnelle qu'il cherche à maximiser son utilité dans le cadre de sa contrainte budgétaire (qui est celle du titre I).

---

<sup>1</sup> „*Steuern, die neben Aufkommens- (Einkommens-) effekten auch Substitutionseffekte – und damit Zusatzlasten – hervorrufen bezeichnet man als verzerrende Steuern*“, Hans Fehr, *Finanzwissenschaft: Aktuelle Probleme der Steuerpolitik*, Universität Würzburg, à lire (source: site de l'Université).

<sup>2</sup> Il serait plus exact et juste d'appeler la fonction en question fonction Wicksell-Cobb-Douglas étant donné que le premier qui a utilisé une fonction de ce type fut le Suédois Knut Wicksell et non pas les deux américains, l'économiste P.H. Douglas et le mathématicien C.W. Cobb.

## 1. Le choix optimal du consommateur en l'absence d'une taxe

Le consommateur cherche dans l'ensemble des paniers atteignables, donné par sa contrainte budgétaire  $200 = 5 \cdot x + y$ , le panier qui lui procure le niveau d'utilité  $U$  le plus élevé possible.

Le problème est donc celui de la maximisation de l'utilité  $U = x \cdot y$ , sous la contrainte budgétaire  $200 = 5 \cdot x + y$ .

La recherche du panier optimal passe par la construction de la fonction de Lagrange  $L$  ( $\lambda$  étant le multiplicateur de Lagrange),<sup>1</sup>

$$L = x \cdot y + \lambda \cdot [200 - 5 \cdot x - y]$$

Nous cherchons le panier  $(x_0, y_0)$  qui précisément permet de maximiser  $L$ .

Pour trouver ce panier, il faut résoudre le système à trois équations et à trois variables,  $x$ ,  $y$  et  $\lambda$ , se composant des trois dérivées premières partielles  $\frac{\partial L}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial L}{\partial y}$  et  $\frac{\partial L}{\partial \lambda}$  égalisées à 0.<sup>2</sup>

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial x} = y - \lambda \cdot 5 = 0 & (1) \\ \frac{\partial L}{\partial y} = x - \lambda = 0 & (2) \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 200 - 5 \cdot x - y = 0 & (3) \end{cases}$$

Des équations (1) et (2), on déduit que :

$$\lambda = \frac{y}{5} = x \quad (4)$$

En utilisant cette information dans l'équation (3), l'on trouve :

$$200 = 5 \cdot x + 5 \cdot x = 10 \cdot x$$

Il en résulte que :

$$x_0 = 20$$

<sup>1</sup> En général, on optimise la fonction de Lagrange  $L$  qui est  $L =$  fonction objectif  $+$   $\lambda \cdot$  fonction contrainte.

<sup>2</sup> On ne vérifie pas les conditions de deuxième ordre qui sont ici remplies.

et, compte tenu de (4), que :

$$y_0 = 100$$

Le panier  $(x_0, y_0) = (20 ; 100)$  est le panier qui, parmi tous les paniers réalisables, dégage l'utilité maximale possible, qui est égale à  $U_0 = x_0 \cdot y_0 = 2000$ .

Tout autre panier atteignable, c'est-à-dire tout panier nécessitant une dépense inférieure ou égale au revenu  $R$ , dégagerait un niveau d'utilité moins élevé que le panier  $(x_0, y_0)$ .

## ***2. Le choix optimal du consommateur en présence d'une taxe unitaire $t_x = 5$***

Supposons maintenant que l'Etat introduise une taxe unitaire  $t_x = 5$ .<sup>1</sup>

Nous supposons que cette taxe est entièrement répercutée sur le prix de marché du bien  $X$ , qui devient dès lors 10.<sup>2</sup>

La contrainte budgétaire s'écrit maintenant  $200 = 10 \cdot x + y$ .

Comme précédemment, nous cherchons le panier, appelons-le  $(x_1, y_1)$ , qui maximise l'utilité, mais cette-fois-ci dans la nouvelle constellation découlant de la présence de la taxe unitaire.

Le Lagrangien  $L$  s'écrit :

$$L = x \cdot y + \lambda \cdot [200 - 10 \cdot x - y]$$

En procédant comme précédemment, on trouve que :

$$x_1 = 10$$

$$y_1 = 100$$

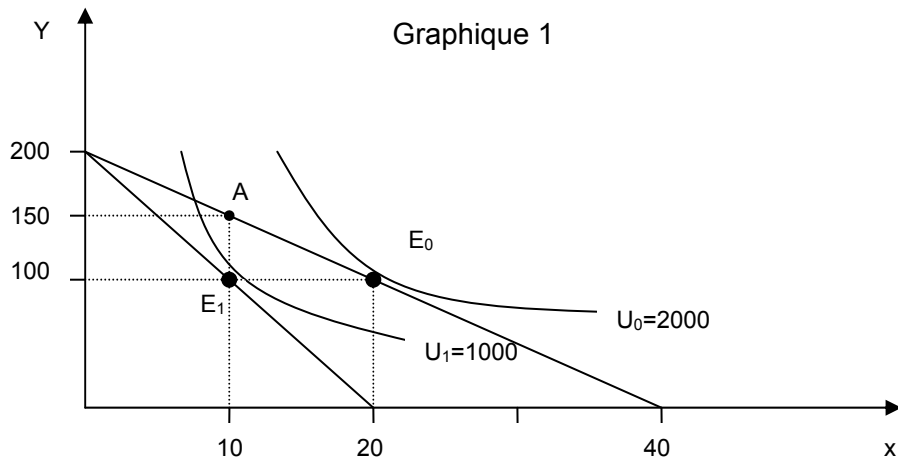
C'est donc en choisissant le panier  $E_1(x_1, y_1) = (10 ; 100)$  que le consommateur atteint l'utilité la plus élevée possible qui, en l'occurrence, est  $U_1 = x_1 \cdot y_1 = 1000$ .

Représentons dans un même graphique la situation sans taxe et celle avec taxe.

---

<sup>1</sup> Les raisonnements qui suivent s'appliquent, mutatis mutandis, à une augmentation d'une taxe unitaire déjà existante.

<sup>2</sup> Plus tard, nous allons généraliser.



Sans taxe, le consommateur va librement choisir  $E_0$  (20 ;100), avec taxe, il va librement choisir  $E_1$  (10 ;100).

La taxe payée « *librement* » par le consommateur  $T_1$  est  $T_1 = t_x \cdot x_1 = 5 \cdot 10 = 50$ .

Cette dernière, on peut la retrouver dans le graphique ci-dessus.

Soit le point A dont les coordonnées sont (10 ;150). (Vérifiez-le.)

Nous constatons que la distance  $AE_1 = 150 - 100 = 50$  est précisément la taxe  $T_1$  (exprimée en unités de y, mais comme  $p_y = 1$ , la distance  $AE_1$  est également une mesure de la taxe en unités monétaires).

Pour le consommateur, la taxe entraîne une augmentation du prix de marché du bien X, et, partant, une augmentation du prix relatif du bien X. Il est implicitement supposé dans la théorie microéconomique standard que le consommateur, en soi, est indifférent comment se répartit, in fine, entre le vendeur et l'Etat, le nouveau prix qu'il doit payer.

Autrement dit, et contrairement à ce que l'on lit dans bien des textes microéconomiques, le consommateur n'a pas pour objectif d'éviter ou de minimiser la taxe à payer.

Son objectif est toujours le même et unique et n'a pas changé, à savoir maximiser son utilité sous sa contrainte budgétaire donnée.

Ce qui a changé, avec l'introduction de la taxe, c'est la contrainte budgétaire dans le cadre de laquelle il doit opérer son choix.

Compte tenu de l'existence de la taxe, il va ajuster en conséquence son comportement de consommation, mais toujours sur le fond de son objectif de dégager le panier qui maximisera son utilité.

Si le consommateur avait pour seul objectif de payer le moins possible de taxes à l'Etat, il n'aurait qu'à renoncer totalement à consommer le bien X.

Si un tel comportement ne peut pas être exclu per se par la théorie, il n'est pas très probable – pour le moins en agrégé. Dans la mesure où l'on veut prendre en compte un tel comportement, il faut modéliser différemment la problématique et introduire dans la fonction d'utilité négativement le fait de devoir payer une taxe, voire même y introduire négativement le montant à payer de la taxe.<sup>1</sup>

### Exercices

(i) Faites le Gedankenexperiment suivant :

Un litre d'essence coûte 2 et le consommateur en achète 50. Maintenant, le prix d'un litre d'essence passe à 100 de par une taxe unitaire mise en place de 98. Si le consommateur continue à dépenser 100, il achètera un litre.

Analysez le cas où la règle est, et, le consommateur le sait, qu'à la caisse il doit payer en cash par litre d'essence acheté 100 mais qu'immédiatement après le paiement, il lui sera remis 98 par litre tout juste acheté.

(ii) Que se passerait-il si l'Etat introduisait la taxe unitaire  $t_x$  tout en décidant et annonçant de reverser au consommateur le montant de la taxe qu'il doit sur la base de sa décision d'achat du bien en question.

Analysez ceci en distinguant selon que l'Etat remet ce montant immédiatement ou de façon décalée.

Si la remise est immédiate (préciser ce que l'on peut entendre par 'immédiate'), la contrainte budgétaire et la perception de celle-ci par le consommateur vont-ils changer suite à l'introduction de cette taxe ?

Si le reversement n'est pas immédiat, raisonnez en périodes, la deuxième période étant celle où le montant payé lors de la première période est remis au consommateur.

---

<sup>1</sup> ou considérer une fonction d'utilité qui permette une solution de coin pour le bien X, solution de coin qui se réalise à partir d'un certain niveau de la taxe  $t_x$ .

Tout ceci n'est pas à dire que le consommateur ne pourrait être tenté de frauder la taxe, c'est-à-dire de chercher à éviter par des moyens illégaux d'y échapper. Mais analyser un cas pareil, de nouveau nécessite une autre modélisation dans laquelle il faudrait intégrer la double considération du « gain » de la taxe fraudée et de la probabilité de subir une sanction pour fraude fiscale combinée au niveau possible et probable d'une telle sanction (voir également plus loin).

### ***3. Existe-t-il une taxe qui permettrait de dégager la même recette fiscale tout en étant préférable pour le consommateur ?***

Nous avons vu qu'en introduisant la taxe unitaire  $t_x=5$ , l'Etat fera une recette de 50 et la quantité consommée du bien X diminuera pour passer de  $x_0=20$  à  $x_1=10$ , la quantité consommée du bien Y ne changeant pas.

Il en résulte que l'utilité maximale diminue pour passer de  $U_0=2.000$  à  $U_1=1.000$ .

Nous allons maintenant nous interroger s'il est possible de trouver une taxe (ou un système de taxation) qui procurerait à l'Etat la même recette fiscale qu'avec la taxe unitaire  $t_x=5$ , donc 50, tout en dégageant un niveau d'utilité  $U_2 > U_1$ .

Nous allons, dans ce contexte, analyser une taxe forfaitaire pour montrer que cette dernière effectivement permettrait une telle amélioration au sens de Pareto.

Par ailleurs, en nous rappelant un résultat dégagé antérieurement, nous allons montrer que le même résultat peut être atteint en introduisant des taxes unitaires  $t_x$  et  $t_y$  tout en assurant une relation déterminée entre  $t_x$  et  $t_y$ .

#### **3.1. Une taxe forfaitaire**

Supposons que l'Etat introduise une taxe forfaitaire égale à 50, donc le même montant que finira par rapporter, compte tenu du choix final  $E_1$  du consommateur, la taxe unitaire.

Dans ce contexte, une taxe forfaitaire est une taxe dont le montant à payer n'est pas fonction des éléments de choix du consommateur, à savoir les quantités consommées des biens X et Y.

Rappelons que le revenu R est exogène.

Une taxe forfaitaire peut donc prendre la forme d'un montant  $\bar{T}=50$  à payer obligatoirement par le consommateur ou p.ex. d'un impôt sur le revenu (qui ici est exogène) à un taux unique de 25% ( $25\% \cdot 200=50$ ).

La contrainte budgétaire s'écrit alors  $200 - 50 = 150 = 5 \cdot x + y$ .

Le Lagrangien, quant à lui, devient :

$$L = x \cdot y + \lambda \cdot [150 - 5 \cdot x - y]$$

On a :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial L}{\partial x} = y - 5 \cdot \lambda = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial y} = x - \lambda = 0 \end{array} \right. \quad (1) \quad (2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial L}{\partial x} = y - 5 \cdot \lambda = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial y} = x - \lambda = 0 \end{array} \right. \quad (2) \quad (3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial L}{\partial x} = y - 5 \cdot \lambda = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial y} = x - \lambda = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 150 - 5 \cdot x - y = 0 \end{array} \right. \quad (3)$$

De (1) et (2), on déduit que  $\frac{y}{5} = x$ . (4)

Donc, en remplaçant dans (3) :

$$150 = 5 \cdot x + 5 \cdot x = 10 \cdot x$$

$$x_2 = 15$$

et compte tenu de (4) :

$$y_2 = 75$$

L'utilité devient  $U_2 = 15 \cdot 75 = 1125$ .

Nous constatons qu'avec une taxe forfaitaire de 50, qui finira par rapporter à l'Etat une recette identique à la taxe unitaire  $t_x = 5$ , le consommateur va réagencer son panier de consommation pour choisir le panier  $E_2 (15 ; 75)$ .

En ce faisant, il va atteindre un niveau d'utilité  $U_2 = 1125$  plus élevé que le niveau maximal d'utilité,  $U_1 = 1000$ , qu'il peut atteindre s'il est confronté à la taxe unitaire  $t_x = 5$ .

Donc, le consommateur préfère clairement la taxe forfaitaire de 50<sup>1</sup> à la taxe unitaire  $t_x = 5$  tandis que pour l'Etat cela revient au même.

Supposons maintenant que l'Etat introduise une taxe forfaitaire de 58,6 (le pourquoi de cette hypothèse deviendra clair par après lorsque l'on verra le résultat), donc que le revenu disponible du consommateur diminuera de 200 à  $200 - 58,6 = 141,4$ .

---

<sup>1</sup> Analysez comment on pourrait assurer que la combinaison d'une taxe unitaire  $t_x$  sur le bien X et d'une taxe unitaire sur le bien Y serait équivalente à une taxe forfaitaire. Même question si  $t_x$  et  $t_y$  étaient des taxes ad valorem. Quel devrait être le taux d'un impôt sur le revenu R pour que cet impôt soit équivalent à une taxe forfaitaire de 50 ?

Dans ce cas, le Lagrangien, compte tenu de la nouvelle contrainte budgétaire, sera :

$$L = x \cdot y + \lambda \cdot [141,4 - 5x - y]$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = y - \lambda \cdot 5 = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = x - \lambda = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 141,4 - 5 \cdot x - y = 0 \quad (3)$$

De (1) et (2), il résulte :

$$\frac{y}{5} = x$$

Dans (3), on obtient :

$$141,4 = 5 \cdot x + 5 \cdot x$$

$$141,4 = 10 \cdot x$$

$$x' = 14,14$$

et

$$y' = 70,7$$

Le consommateur choisira dès lors le panier E' (14,14 ;70,7). Force est de constater que ce panier procurerait une utilité  $U' = 14,14 \cdot 70,7 = 1000 = U_1$ .

Avec une taxe forfaitaire de 58,6, le consommateur atteindrait le même niveau d'utilité  $U_1$  qu'avec la taxe unitaire  $t_x=5$ , mais cette fois-ci l'Etat ferait une recette supplémentaire de 8,6 par rapport à la taxe unitaire.

Récapitulons les différents scénarios :

|                            | x     | y    | U     | T    |
|----------------------------|-------|------|-------|------|
| sans taxe                  | 20    | 100  | 2.000 | -    |
| avec taxe unitaire         | 10    | 100  | 1.000 | 50   |
| avec taxe forfaitaire 50   | 15    | 75   | 1.125 | 50   |
| avec taxe forfaitaire 58,6 | 14,14 | 70,7 | 1.000 | 58,6 |

Force est de constater qu'une taxe forfaitaire permettrait, par rapport à une taxe unitaire :

- soit au consommateur, d'atteindre un niveau d'utilité plus élevé qu'avec une taxe unitaire, tout en procurant à l'Etat la même recette que la taxe unitaire ;
- soit à l'Etat de faire une recette supplémentaire qu'avec la taxe unitaire tout en générant pour le consommateur une utilité égale à celle atteignable avec la taxe unitaire.

Vous pouvez maintenant vérifier vous-même que si l'Etat fixait la taxe forfaitaire  $T$  telle que  $50 < T < 58,6$ , le consommateur atteindrait une utilité supérieure à  $U_1$  et l'Etat ferait une recette fiscale supérieure à 50. Donc, les deux acteurs seraient gagnants avec une telle taxe forfaitaire par rapport à l'introduction de la taxe unitaire  $t_x$ . Autrement dit, si on demande leurs avis respectifs, ils devraient se prononcer de façon unanime pour une telle proposition.

Ces derniers constats nous permettent de conclure que la taxe unitaire est inefficace puisque à travers la mise en place d'une taxe forfaitaire appropriée au moins un agent peut gagner sans que l'autre ne perde.

Nous avons établi le principe de l'inefficacité de la taxe unitaire.<sup>1</sup>

Pouvons-nous faire un pas de plus et « quantifier » cette inefficacité ?

On pourrait être tenté de considérer la différence entre  $U_2$  et  $U_1$ , qui est égale à 125, comme une expression quantitative de cette inefficacité. Or,

---

<sup>1</sup> Il importe de noter que si un consommateur, confronté à une taxe, va adopter son comportement de la sorte à ne pas payer la taxe, l'on ne peut pas en déduire qu'il n'y a pas d'inefficacité de la taxe. Au contraire, cette dernière risque d'être particulièrement élevée dans pareil cas. Illustrons cette affirmation par un exemple simple. Admettons qu'un consommateur achète un bien X dans une certaine quantité, mais qu'après l'introduction d'une taxe sur ce bien, il décide de ne plus acheter ce bien. La conséquence de la taxe est donc qu'il ne consomme plus ce bien et, partant, il n'y a pas de recette fiscale pour l'Etat. Toutefois, force est de constater que dans la situation sans taxe il aurait déjà pu parfaitement décider de ne pas acheter le bien X, mais il a préféré, dans ce cas d'absence de la taxe, d'acheter le bien X. Donc, il a révélé préférer acheter dans la quantité donnée le bien X à ne pas l'acheter. Si, confronté à la taxe, il décide maintenant de ne plus acheter le bien X, il choisit une situation moins préférée qu'à celle qu'il a choisie sans taxe. La taxe est clairement source d'une inefficacité. L'Etat ne fait pas de recette et le consommateur n'a pas le bénéfice du bien. Notons que ceci n'est toutefois vrai que s'il n'y a pas d'externalité négative ou un problème similaire que la taxe précisément serait destinée à éviter ou à alléger. Donc, ce n'est pas l'absence de recette pour une taxe existante qui est un indicateur de l'absence d'une inefficacité de cette taxe. Précisons ce propos quelque peu. Si un acteur A est prêt à vendre un bien s'il obtient au moins 10 et si un acteur B est prêt à acheter ce bien s'il n'a pas à payer plus de 18, l'opération se fait en principe à un prix  $P \in [10,18]$ . Peu importe le prix  $P$  retenu, le surplus global que génère cette opération sera égal à 8 et où  $(18-P)+(P-10)$  est la décomposition de ce surplus global entre le vendeur et l'acheteur. Si une taxe de 10 est introduite sur la transaction de ce bien, peu importe que ce soit A ou ce soit B qui est juridiquement redevable de cette taxe, on aura (à supposer que A et B ne concluent une transaction en noir, c'est-à-dire ne commettent une fraude fiscale) que la taxe de 10 va faire avorter la transaction. Il n'y aura pas de recette fiscale pour l'Etat. Cette taxe sera inefficace au plus haut degré parce qu'elle aura empêché la création du surplus global de 10. Ceci dit, si la transaction en question était une transaction collectivement préjudiciable, p.ex. générant un coût environnemental supérieur au surplus global des deux parties prenantes, l'avortement de la transaction ne serait pas source d'inefficacité, mais aurait par conséquence un évitement de perte d'efficacité. Dans ce cas, il y aurait, à côté du coût privé, un coût d'externalité négative, dégageant un coût social non reflété dans le prix  $P$  égal au seul coût privé.

cela reviendrait à commettre une erreur puisque l'utilité ne peut, en principe, être définie que de façon ordinale, et non pas de façon cardinale.<sup>1</sup>

Nous allons toutefois par après (section 4) analyser comment il est possible d'associer à une variation de l'utilité, en l'occurrence provoquée par une taxe unitaire, un montant monétaire, et ceci en 'interrogeant' en quelque sorte le consommateur sur le montant monétaire forfaitaire qu'il considère comme équivalent en termes de conséquences sur son utilité à la variation du prix suite à l'introduction de la taxe unitaire. De cette façon, on n'exprimera pas en unités monétaires des niveaux d'utilité, mais le consommateur indiquera le montant monétaire (ou le montant en unités du bien numéraire) qu'il associe, auquel il évalue l'impact sur lui de la variation du prix découlant de l'introduction de la taxe unitaire.

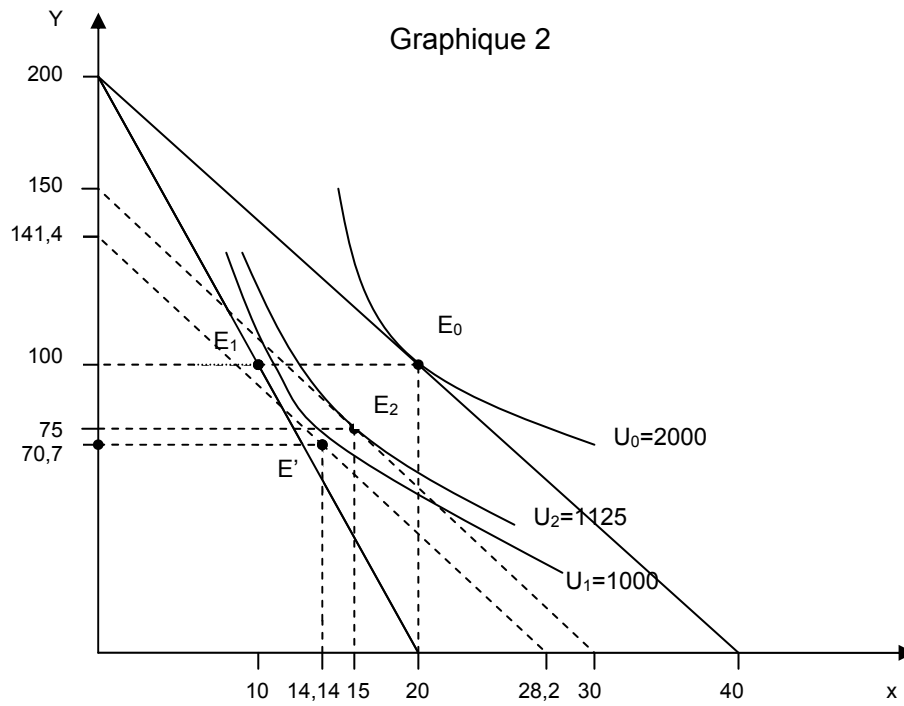
En procédant de la sorte, on contourne le problème, impossible à résoudre, sauf dans des cas limites, de l'expression de niveaux d'utilité en montant monétaires.<sup>2</sup>

Pour terminer, représentons graphiquement la situation avec une taxe forfaitaire respectivement de 50 qui donne le point  $E_2$  de tangence entre la contrainte budgétaire [30,150] et la courbe d'indifférence  $U_2$  et de 58,6 qui donne le point  $E'$  de tangence entre la contrainte budgétaire [14,14 ;28,2] et la courbe d'indifférence  $U_1$ .

---

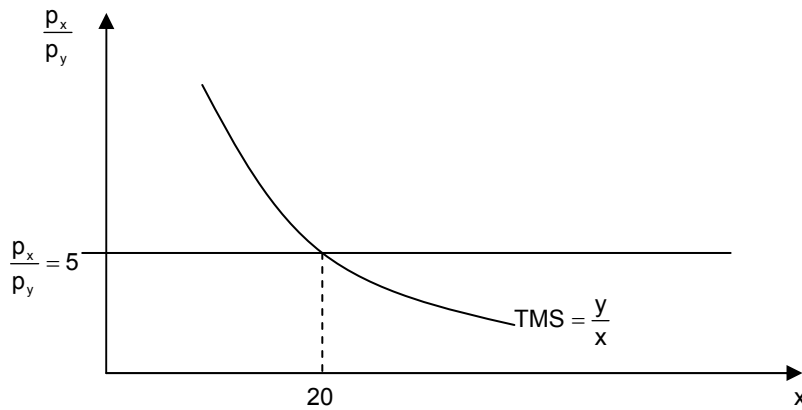
<sup>1</sup> On aurait eu exactement les mêmes résultats en termes de  $E_0$  et  $E_1$  et de recette fiscale si la fonction d'utilité avait été p.ex.  $U = x^2 \cdot y^2$ , ou, plus généralement, si elle était une transformation monotone croissante de  $U = x \cdot y$ . Donc, on ne peut pas dire que le niveau d'utilité se réduit de  $U_0 - U_1$  unités puisque les niveaux de  $U_0$  et  $U_1$  ne sont pas définis de façon cardinale. Autrement dit, les niveaux d'utilité sont arbitraires et la fonction d'utilité fournit seulement un ordre de préférences qui est supposé satisfaire à quelques propriétés de base (comme la transitivité).

<sup>2</sup> cf. Robert Linde, *Einführung in die Mikroökonomie*, Kohlhammer, 1988, pour une présentation très pédagogique de cette problématique.



Exercice

Le graphique ci-après reprend le prix relatif du bien x avant taxe et le taux marginal de substitution.



Tracez dans le même graphique le prix relatif après impôt et dégagez le choix optimal du consommateur.

### 3.2. Mise en place de taxes unitaires sur les deux biens

L'exemple numérique développé dans ce titre III a porté sur la mise en place d'une taxe unitaire  $t_x = 5$  sur le bien X.

Nous allons montrer par la suite comment l'on pourrait introduire une taxe unitaire  $t_x$  sur le bien X et une taxe unitaire  $t_y$  sur le bien Y sans avoir de deadweight loss et tout en rapportant à l'Etat une recette fiscale de 50.

La réponse de principe a déjà été donnée quand nous avons analysé au titre I l'introduction de taxes en relation avec la seule contrainte budgétaire.

Nous avons conclu au titre I que pour qu'il n'y ait pas d'effet de prix relatif, et, partant, en recourant maintenant aux concepts que nous venons d'introduire dans ce titre, pour qu'il n'y ait pas de deadweight loss, il faut qu'il n'y ait pas de changement du prix relatif, donc il faut que :

$$\frac{p_x}{t_x} = \frac{p_y}{t_y}$$

Dans notre exemple numérique, cela implique que :

$$\frac{5}{t_x} = \frac{1}{t_y}$$

$$\text{ou } t_x = 5 \cdot t_y \quad (1)$$

Cette condition porte sur le rapport des deux taxes unitaires, elle ne dit rien quant au niveau absolu de  $t_x$  et  $t_y$ .

Toutefois, notre objectif est également de récolter une recette fiscale de 50, donc il faut que l'on ait également :

$$t_x \cdot x_M + t_y \cdot y_M = 50 \quad (2)$$

Or, nous connaissons les expressions de  $x_M$  et  $y_M$ , les demandes de Marshall :

$$\begin{aligned} x_M &= \frac{R}{2 \cdot (p_x + t_x)} = \frac{200}{2 \cdot (5 + t_x)} = \frac{100}{5 + t_x} \\ y_M &= \frac{R}{2 \cdot (p_y + t_y)} = \frac{200}{2 \cdot (1 + t_y)} = \frac{100}{1 + t_y} \end{aligned} \quad (3)$$

Donc, sur la base des conditions (1), (2), et connaissant  $x_M$  et  $y_M$ , on a :

$$50 = t_x \cdot \frac{100}{5+t_x} + \frac{t_x}{5} \cdot \frac{100}{1+\frac{t_x}{5}}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{t_x}{5+t_x} + \frac{t_x}{5+t_x}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2 \cdot t_x}{5+t_x}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{\frac{5}{t_x}+1}$$

$$4 = \frac{5}{t_x} + 1$$

$$\frac{5}{t_x} = 3$$

$$t_x = \frac{5}{3}$$

$$t_y = \frac{1}{5} \cdot \frac{5}{3} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

Donc, en fixant  $t_x$  et  $t_y$  tels que :

$$t_x = \frac{5}{3} \text{ et } t_y = \frac{1}{3}$$

on n'a pas d'effet prix relatif et on fera une recette fiscale de 50.

$$\text{En effet, si } t_x = \frac{5}{3}, \text{ on a que } x = \frac{100}{5+\frac{5}{3}} = \frac{100}{\frac{20}{3}} = \frac{300}{20} = 15$$

$$\text{et si } t_y = \frac{1}{3}, \text{ on a que } y = \frac{100}{1+\frac{1}{3}} = \frac{100}{\frac{4}{3}} = \frac{300}{4} = 75$$

et donc, on aura effectivement une recette fiscale de :

$$T = 15 \cdot \frac{5}{3} + 75 \cdot \frac{1}{3} = \frac{75}{3} + \frac{75}{3} = \frac{150}{3} = 50$$

### Exercice

Un consommateur peut acquérir deux biens X et Y en quantités notées respectivement x et y. Ses préférences sont représentables par la fonction d'utilité :

$$U(x,y) = 4 \cdot x \cdot y$$

Le bien X peut être taxé : on distingue son prix hors taxe égal à 1 et son prix taxe comprise égal à q (avec  $q > 1$ ) :  $q-1$  représente donc la taxe unitaire sur le bien X.

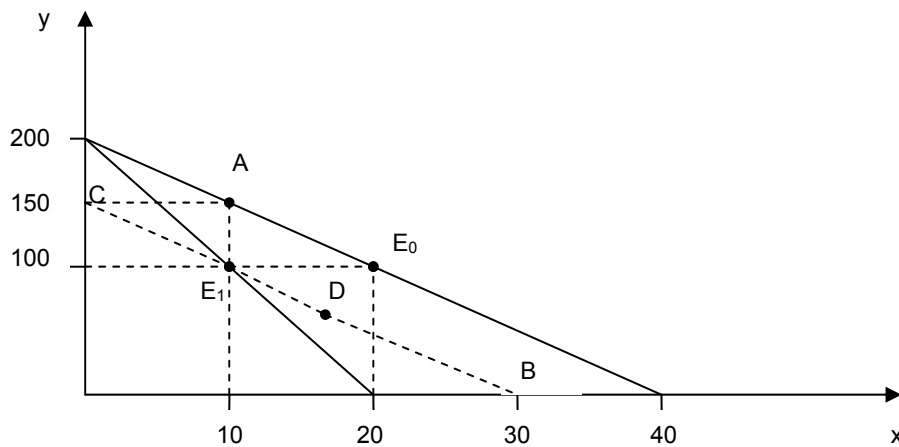
Le bien Y n'est pas taxé et son prix est égal à 1.

Le consommateur perçoit un revenu avant impôt égal à 1 dont on déduit un impôt direct T avec  $T < 1$  : son revenu disponible est donc  $1-T$ .

- (a) Calculez le niveau d'utilité atteint par le consommateur en fonction de q et T.
- (b) On veut réaliser un prélèvement fiscal total (direct et indirect) égal à M, avec  $M < 1$ . Montrez que l'utilité du consommateur est maximale lorsqu'on utilise exclusivement la fiscalité directe. Donnez une explication intuitive de ce résultat. (Cet exercice est repris de *Eléments de microéconomie 2. Exercices*, de B. Jullien et P. Picard, 3<sup>ième</sup> édition, Montchrestien, 2002).

### **3.3. Une approche en termes de préférences révélées**

Reprenons le graphique 1 de la section 2 ci-dessus tout en faisant abstraction des préférences telles que reprises dans la fonction d'utilité et admettons qu'au lieu de la taxe unitaire  $t_x=5$ , il soit appliqué un impôt forfaitaire de 50.



Avec la taxe unitaire  $t_x=5$ , le consommateur choisit le panier  $E_1(10 ; 100)$  et il va payer un impôt de 50 ( $AE_1=50$ ).

Admettons qu'au lieu de la taxe unitaire  $t_x=5$ , il soit mis en place un impôt forfaitaire de 50.

Avec un tel impôt, on a la contrainte budgétaire CB qui passe par le point  $E_1$  et qui est parallèle à la contrainte budgétaire sans taxe.

A priori, on pourrait penser que, confronté à la contrainte budgétaire CB, le consommateur va choisir :

- soit un panier le long de  $[C, E_1[$  ;
- soit le panier  $E_1$  ;
- soit un panier le long de  $]E_1, B]$ .

Il y a toutefois un argument qui nous amène à écarter le choix d'un panier le long de  $[C, E_1[$ .

En effet, force est de constater que tous ces paniers ont été réalisables dans le cas de la taxe unitaire, mais nonobstant cela, le consommateur avait choisi  $E_1$ . On dit qu'en choisissant  $E_1$ , il a révélé préférable  $E_1$  à tous les autres paniers également atteignables quand il a choisi  $E_1$ .

Autrement dit, dans la mesure où le point  $E_1$  continue à rester possible pourquoi le consommateur choisirait-il maintenant au lieu du point  $E_1$  un des points non retenus précédemment.

Cet argument, qui relève de ce que l'on appelle la « *théorie des préférences révélées* », nous fait écarter tout panier le long de  $[C, E_1[$ .

Reste alors soit le choix de  $E_1$ , soit le choix d'un panier le long de  $]E_1, D]$ .

Ce constat peut encore s'exprimer autrement.

Le remplacement de la taxe unitaire sur le bien X par une taxe forfaitaire aura pour conséquence que le consommateur ne va pas consommer moins d'unités du bien X et, probablement va choisir de consommer plus du bien X qu'avec la taxe unitaire pour donc choisir un panier le long de  $[E_1, B]$ , donc un panier qui n'a pas été réalisable en présence de la taxe unitaire.

#### **4. « Equivalent variation » (EV) et « Deadweight loss »<sup>1</sup> de la taxe (DWL)**

Nous venons de voir que, pour un même niveau de recette fiscale, l'introduction d'une taxe unitaire sur un bien diminue l'utilité de plus que la mise en place, à recette fiscale identique, de respectivement une taxe forfaitaire ou de taxes unitaires sur chacun des biens et sous réserve d'une certaine relation.

Si donc chaque impôt diminue le pouvoir d'achat de l'acteur concerné par le fait même et à travers le paiement du montant de la taxe due, les différentes taxes, à géométrie variable, génèrent de surcroît un effet qui consiste dans le fait que pour un montant de taxe donné, l'utilité diminue, à géométrie variable, au-delà du minimum 'nécessaire' correspondant au pur transfert que constitue l'impôt per se.

Dans cette section, nous allons développer des concepts qui constituent une définition tout comme une mesure de ce que l'on appelle le deadweight loss de la taxe (« *perte sèche* » de la taxe, « *charge morte* » de la taxe).

A cette fin, nous allons tout d'abord définir le concept clé d'équivalent variation (EV) pour l'appliquer par après à l'analyse fiscale.

##### **4.1. Le concept théorique d'équivalent variation<sup>2</sup>**

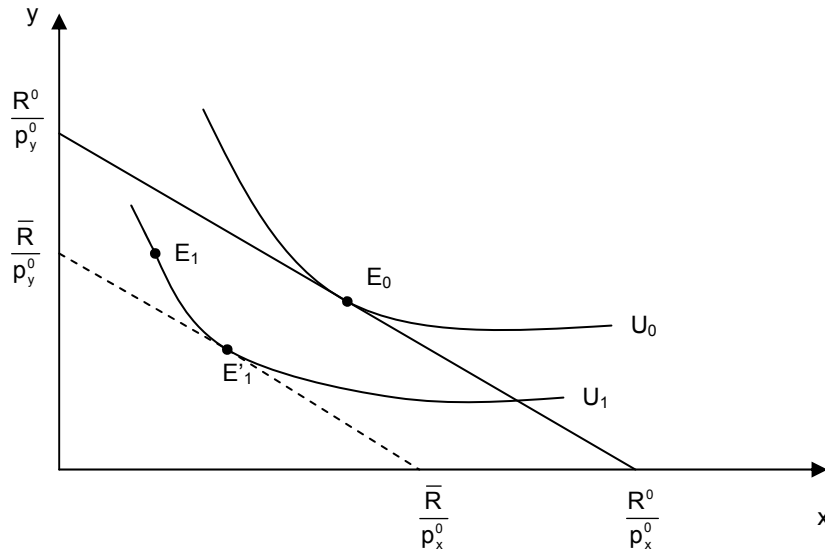
Intuitivement, l'idée de l'équivalent variation se construit comme suit.

---

<sup>1</sup> Un terme équivalent que l'on trouve également dans la littérature est celui d'"*excess burden*" de la taxe (ou, également mais plus rarement '*welfare cost*'). Nous préférons le terme de « *deadweight loss* » (d'aucuns disent *deadweight efficiency loss*) parce qu'il fait mieux ressortir le fait que l'on vise le surplus global de la société qui ne se réalise pas, et non pas la partie du surplus global qui prend la forme d'un transfert de surplus d'un contribuable vers l'Etat et, partant, ni d'un coût avec pour contrepartie un revenu égal.

<sup>2</sup> "*The equivalent variation indicates the change in total expenditure, given base prices, required to generate the same change in satisfaction as generated by a set of prices different from those holding in the base situation.*" George McKenzie, *Measuring Economic Welfare*, Cambridge University Press, 1983, p. 33.

Supposons que le consommateur pour un revenu  $R^0$  donné et des prix  $p_x^0$  et  $p_y^0$  données choisisse le point  $E_0$  pour dégager l'utilité maximale atteignable  $U_0$ .



Supposons que suite à l'introduction d'une taxe, sur le bien X, le prix initial  $p_x^0$  passe à  $p_x^1 > p_x^0$  et que le consommateur, compte tenu de  $R^0$ , de  $p_y^0$  et du nouveau prix  $p_x^1$ , dégage maintenant une utilité maximale  $U_1$  en choisissant le point  $E_1$ .

Le revenu minimal  $\bar{R}$  dont il devrait disposer pour atteindre le niveau d'utilité  $U_1$  aux prix initiaux  $p_x^0$  et  $p_y^0$  est donné par la droite budgétaire

$$\frac{\bar{R}}{p_x^0} \frac{\bar{R}}{p_y^0} \text{ tangente à } U_1 \text{ au point } E'_1 \text{ et parallèle à } \frac{R^0}{p_x^0} \frac{R^0}{p_y^0}.$$

La distance  $p_y^0 \cdot \left( \frac{R^0}{p_y^0} - \frac{\bar{R}}{p_y^0} \right) = R^0 - \bar{R}$  est une expression de l'équivalent variation.

Dans cet ordre d'idées, définissons le montant minimum nécessaire pour atteindre un niveau d'utilité initiale  $U_0$  en présence des prix de base  $p_x^0$  et  $p_y^0$  :

$$D_0(U_0, p_x^0, p_y^0) = R^0$$

Définissons le montant minimum nécessaire pour atteindre le niveau d'utilité  $U_1$  correspondant au choix optimal si un des deux prix change<sup>1</sup>, disons  $p_x^0$  qui devient  $p_x^1$  :

$$D_1 = D_1(U_1, p_x^0, p_y^0) = \bar{R}$$

La variation équivalente EV se définit alors comme :

$$EV = D_0(U_0, p_x^0, p_y^0) - D_1(U_1, p_x^0, p_y^0) = R^0 - \bar{R}$$

L'EV indique au niveau de la dépense totale la variation de cette dernière qui serait nécessaire pour générer aux prix initiaux  $(p_x^0, p_y^0)$  le niveau d'utilité  $U_1$  généré par le nouveau couple de prix  $(p_x^1, p_y^0)$ .

L'EV indique la variation dans la dépense totale du consommateur qui est nécessaire pour générer le même niveau d'utilité aux prix initiaux  $(p_x^0, p_y^0)$  que le niveau d'utilité  $U_1$  qui est généré par le nouveau couple de prix  $(p_x^1, p_y^0)$ .<sup>2</sup>

Autrement dit, EV mesure, si  $p_x$  augmente, la variation d'utilité  $\Delta U = U_0 - U_1 > 0$  ou, plus précisément, mesure la baisse d'utilité  $\Delta U = U_1 - U_0 < 0$  déclenchée par la hausse de  $p_x$ , et ceci non pas en différence d'utilité mais en unités monétaires.

Force est de constater qu'il est donc possible d'associer à des différences d'utilité ordinales des montants monétaires. Ceci dit, il existe (« *malheureusement* ») différentes façons de ce faire, le concept d'EV n'étant qu'une parmi beaucoup.

### Exercice

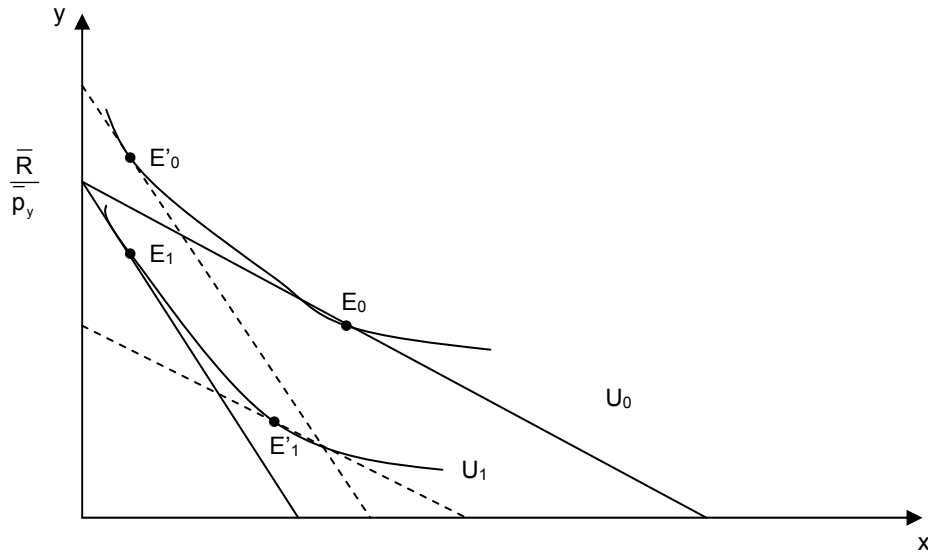
Supposons que  $p_x$  augmente pour passer de  $p_x^0$  à  $p_x^1 > p_x^0$ , que  $p_y$  reste inchangé à  $\bar{p}_y$  et que R reste inchangé à  $\bar{R}$ .

Le graphique ci-après indique :

- l'équilibre initial  $E_0$  avec le niveau d'utilité maximal  $U_0$  ;
- l'équilibre final avec le niveau d'utilité maximal  $U_1$  ;
- le point  $E'_0$  correspondant au prix final  $p_x^1$  et  $U_0$  ;
- le point  $E'_1$  correspondant au prix initial  $p_x^0$  et  $U_1$ .

<sup>1</sup> On pourrait généraliser la définition pour un changement des deux prix.

<sup>2</sup> Notons que  $D(U_0, p_x^0, p_y^0) = D(U_1, p_x^1, p_y^0)$ , ce qui fait que l'on peut également écrire  $EV = D(U_1, p_x^1, p_y^0) - D(U_1, p_x^0, p_y^0)$ .



Soit le tableau ci-après qui pour chacun des quatre cas ci-après reprend la dépense minimale :

| $p_x \backslash U$ | $U_0$                     | $U_1$                     |
|--------------------|---------------------------|---------------------------|
| $p_x^0$            | $D(p_x^0, U_0) = \bar{R}$ | $D(p_x^0, U_1)$           |
| $p_x^1$            | $D(p_x^1, U_0)$           | $D(p_x^1, U_1) = \bar{R}$ |

(i) Calculez les différences « *verticales* » ci-après :

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & D(p_x^1, U_0) - D(p_x^0, U_0) \\ & = D(p_x^1, U_0) - \bar{R} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad & D(p_x^1, U_1) - D(p_x^0, U_1) \\ & = \bar{R} - D(p_x^0, U_1) \end{aligned}$$

Calculez les différences « *horizontales* » ci-après :

$$\begin{aligned} \text{(c)} \quad & D(p_x^0, U_1) - D(p_x^0, U_0) \\ & = D(p_x^0, U_1) - \bar{R} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(d)} \quad & D(p_x^1, U_1) - D(p_x^1, U_0) \\ & = \bar{R} - D(p_x^1, U_0) \end{aligned}$$

Notez que dans chacune des 4 différences, c'est chaque fois une autre grandeur qui constitue l'ancre de comparaison. L'utilité respectivement  $U_0$  et  $U_1$  dans respectivement (a) et (b) et le prix  $p_x^0$  et  $p_x^1$  dans respectivement (c) et (d).

(ii) Montrez que (b)=-(-c) est l'équivalent variation EV.

Montrez que (a)=-(-d) est la compensating variation CV.

Montrez que la CV dans le cas d'une baisse du prix de  $p_x^0$  à  $p_x^1$  est l'EV d'une baisse du prix de  $p_x^1$  à  $p_x^0$ .

(iii) Commentez l'affirmation suivante :

« *Ceteris paribus*, on reconnaît EV par la présence du terme  $D(p_x^0, U_1)$  et CV par la présence du terme  $D(p_x^1, U_0)$ . »

(iv) Calculez les ratios « *verticaux* » où respectivement  $U_0$  et  $U_1$  constituent la référence :

$$(e) \frac{D(p_x^1, U_0)}{D(p_x^0, U_0)} = \frac{D(p_x^1, U_0)}{\bar{R}}$$

$$(f) \frac{D(p_x^1, U_1)}{D(p_x^0, U_1)} = \frac{\bar{R}}{D(p_x^0, U_1)}$$

Calculez les ratios « *horizontaux* » où respectivement  $p_x^0$  et  $p_x^1$  constituent la référence :

$$(g) \frac{D(p_x^0, U_1)}{D(p_x^0, U_0)} = \frac{D(p_x^0, U_1)}{\bar{R}}$$

$$(h) \frac{D(p_x^1, U_1)}{D(p_x^1, U_0)} = \frac{\bar{R}}{D(p_x^1, U_0)}$$

Montrez que  $(e) = \frac{1}{(h)}$  et  $(f) = \frac{1}{(g)}$ .

Expliquez pourquoi les ratios (e) et (f) sont des « *utility referenced* » price indexes et (g) et (h) des « *welfare indexes* ».

Montrez que respectivement CV et EV sont les exactes analogues en forme de différence (générant des montants en cash plutôt que des nombres purs d'indice) de respectivement (h) et (g).

(v) Soit l'indice de Laspeyres :

$$\frac{p_x^1 \cdot x_0}{p_x^0 \cdot x_0}$$

Montrez que

$$\frac{p_x^1 \cdot x_0}{p_x^0 \cdot x_0} \geq \frac{D(p_x^1, U_0)}{D(p_x^0, U_0)}$$

Soit l'indice de Paasche :

$$\frac{p_x^1 \cdot x_1}{p_x^0 \cdot x_1}$$

Montrez que

$$\frac{p_x^1 \cdot x_1}{p_x^0 \cdot x_1} \leq \frac{D(p_x^1, U_1)}{D(p_x^0, U_1)}$$

(vi) Si la fonction d'utilité est homothétique, on a  $D(p_x, p_y, U) = U \cdot f(p_x, p_y)$ . Appliquez l'analyse ci-dessus à une telle fonction homothétique.

(vii) Partez d'une fonction d'utilité indirecte.

Le passage du prix du bien X de  $p_x^0$  à  $p_x^1$  comporte une variation en termes de la fonction d'utilité indirecte égale à :

$$V(p_x^1, p_y^0, R) - V(p_x^0, p_y^0, R)$$

Dégagez le montant Z qu'il faudrait enlever du revenu R pour qu'on aurait le même effet sur le bien-être qu'une hausse du prix de  $p_x^0$  à  $p_x^1$ .

Calculez donc Z tel que :

$$V(p_x^0, p_y^0, R - Z) = V(p_x^1, p_y^0, R)$$

Que peut-on dire de Z ?

## **4.2. Application de l'équivalent variation à l'analyse d'un impôt et déduction du concept de deadweight loss de la taxe**

### 4.2.1. Equivalent variation et deadweight loss

Nous allons maintenant appliquer le concept d'EV à l'analyse de l'impact de la mise en place d'une taxe unitaire sur un des deux biens, en l'occurrence le bien X.

Dans cet ordre d'idées, nous allons nous poser la question suivante :

Combien le consommateur serait-il prêt à payer au maximum, sous forme d'un impôt forfaitaire, pour que la taxe unitaire ne soit pas introduite ?

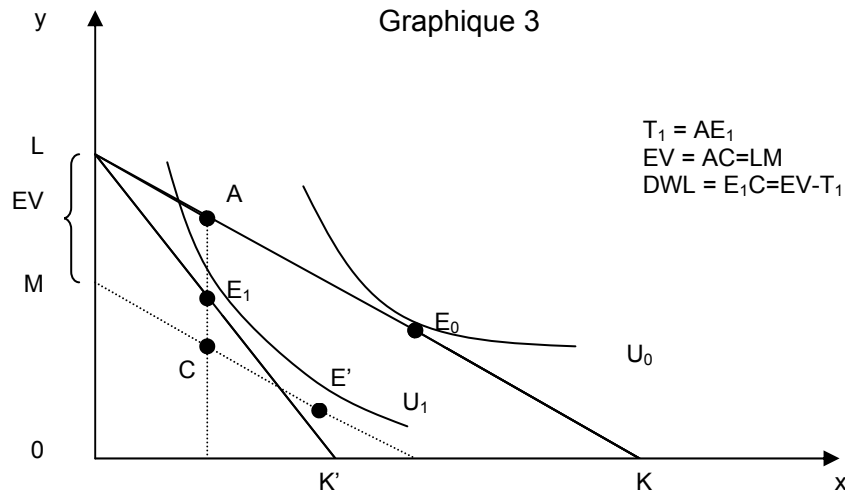
Ce montant est appelé l'« *equivalent variation* » (EV).

Nous devons donc trouver le montant qui, s'il était enlevé forfaitairement au consommateur, ferait que le consommateur pourrait tout juste atteindre le niveau d'utilité qui précisément constitue son utilité maximale atteignable en présence de la taxe unitaire, en l'occurrence donc le niveau  $U_1$ .

Autrement dit, l'EV définit, par rapport et dans le chef du consommateur, la perte générée par la taxe comme le montant forfaitaire de réduction du revenu qui comporterait exactement la même diminution de l'utilité que celle découlant de la taxe.

L'EV peut être considérée comme une mesure monétaire du passage, de par la taxe unitaire, de l'utilité  $U_0$  à l'utilité  $U_1$ .

Représentons cette problématique graphiquement, en faisant, pour le moment, abstraction de notre exemple numérique.<sup>1</sup>



En l'absence de taxe, le consommateur choisit disons le panier  $E_0$  le long de la contrainte budgétaire initiale sans taxe unitaire  $KL$  et il atteint le niveau d'utilité  $U_0$ .

En présence de la taxe unitaire, la contrainte budgétaire devient  $LK'$  et long de cette dernière il choisit le panier  $E_1$  qui lui permet d'atteindre l'utilité maximale  $U_1$ , dégagée par le panier  $E_1$ . Ce choix s'accompagne d'une taxe à payer qui est égale à  $AE_1$ .

Nous constatons que le consommateur serait prêt à payer au maximum  $AC$  sous forme forfaitaire s'il pouvait, en contrepartie, éviter l'introduction de la taxe unitaire. Autrement dit, pour réaliser  $E_0$  sans taxe unitaire, il lui faut au moins  $OL$  et pour atteindre  $U_1$  sans taxe unitaire, il lui faut au moins  $OM$ . La différence entre  $OL$  et  $OM$  est précisément  $AC$ .

$ML=AC$  n'est rien d'autre que la variation équivalente  $EV$ .

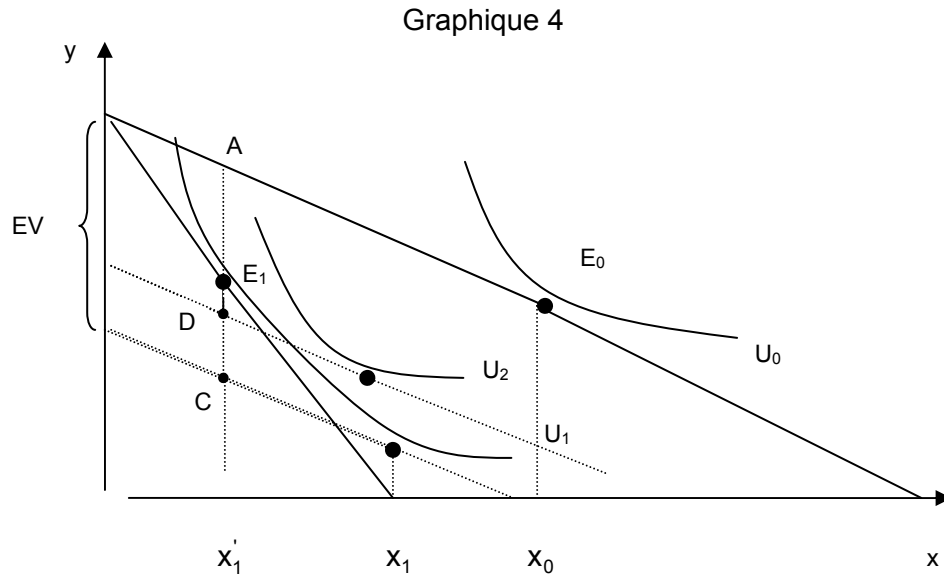
En effet, avec une taxe forfaitaire de  $AC$ , la contrainte budgétaire initiale  $KL$  se déplacerait parallèlement – la taxe forfaitaire ne s'accompagne pas d'un effet prix relatif – vers l'intérieur, et ce pour devenir tout juste tangente à la courbe d'indifférence finale, et ceci  $U_1$  au point  $E'$ .

Cela implique également que si la taxe forfaitaire  $AD$  était telle que  $AE_1 < AD < AC$ , alors le consommateur serait gagnant et l'Etat le serait également.

En effet, si le consommateur pouvait, en payant forfaitairement  $AD$ , tel que  $AE_1 < AD < AC$ , échapper à la taxe unitaire, il serait gagnant, son utilité passerait de  $U_1$  à  $U_2$ , avec  $U_2 > U_1$ , et l'Etat, de surcroît, ferait plus de

<sup>1</sup> Il reste que  $p_y=1$ .

recettes ( $AD > AE_1$ ), qu'avec la taxe unitaire comme l'illustre le graphique suivant :



Nous pouvons maintenant introduire et définir le concept de « *deadweight loss* » (appelé aussi « *excess burden* ») (DWL) qui constitue une mesure définitionnelle de l'inefficacité en général, en l'occurrence de l'inefficacité de la taxe unitaire.

Le DWL se définit comme la différence entre le montant que le consommateur serait prêt à payer au maximum sous forme forfaitaire (EV) pour éviter la mise en place de la taxe unitaire et le montant qu'il paiera effectivement à travers la taxe unitaire sur le bien X à l'Etat ( $T_1$ ).<sup>1</sup>

Donc :

$$DWL = EV - T_1$$

Prenons un exemple numérique.

Quelqu'un est prêt à payer 120 pour éviter une taxe qui s'élève à 100 et qui donc procure une recette fiscale de 100 à l'Etat. Autrement dit, l'Etat perçoit 100 et celui qui paie serait prêt à payer 120 à l'Etat si ce dernier éliminait la taxe en question ou, autrement, il serait prêt à payer 120 sous forme d'une taxe forfaitaire plutôt que 100 sous forme de la taxe en question.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> A noter que les coûts administratifs liés aux prélèvements des impôts ne sont pas pris en considération. Ils sont donc à prendre en considération séparément.

<sup>2</sup> "If we think of the welfare loss due to the income effect as the 'normal' burden of taxation, which everyone would immediately acknowledge, then the welfare loss due to the substitution effect can be thought of (and is generally referred) as the 'excess burden'. Since the 'normal burden' is unavoidable and is in any case offset by the use of the income, it is the size of the excess burden which is generally used to measure how efficient a tax system is. A tax system based exclusively on a poll tax could be completely efficient – there would be no substitution effect and no excess burden." The economics of Tax Policy edited by M. Devereux, Oxford University Press, 1996.

Le paiement de la taxe de 100 constitue la charge fiscale (on dit aussi le « *direct burden* », « *Steuerlast* ») tandis que les 20, dans notre exemple, constituent la perte sèche de la taxe (deadweight loss, « *excess burden* », « *Zusatzlast der Steuer* »).<sup>1</sup>

Si la taxe en question était une taxe forfaitaire, c'est-à-dire une taxe sans effet de substitution, le montant maximal que le consommateur serait prêt à payer pour éviter une telle taxe forfaitaire serait exactement le montant de cette taxe forfaitaire. Dans ce cas, la diminution, exprimée en unités monétaires, du surplus du contribuable serait exactement égale, et non pas supérieure, au montant de la taxe payée à l'Etat, c'est-à-dire au transfert du contribuable à l'Etat.<sup>2</sup>

Dans une optique quelque peu différente, supposons que soit prélevé auprès du consommateur sous forme forfaitaire un montant AC.

Il en découle un déplacement parallèle de la contrainte budgétaire initiale vers la contrainte qui est tangente à la courbe d'indifférence  $U_1$ , qui correspond au niveau d'utilité maximal que l'on pourra attendre compte tenu du prélèvement AC.

Ce prélèvement comporte exclusivement un effet de revenu. L'utilité diminue de  $U_0$  à  $U_1$ , ce qui est mesuré monétairement par le prélèvement du montant AC.

Si maintenant, on fait glisser la nouvelle contrainte budgétaire incorporant l'effet de revenu le long de la courbe d'utilité  $U_1$  vers le haut, on ajoute un effet prix relatif, le prix relatif du bien X augmentant progressivement pour déclencher un effet de substitution en ce sens que à l'effet de revenu  $x_0 \dot{x}_1$  s'ajoute un effet de substitution de y à x. Si l'utilité reste la même  $U_1$ , le prélèvement initial par contre diminue. Si on arrête ce mouvement à  $E_1$ , le prélèvement n'est plus que de  $AE_1 < AC$ .

En retournant au graphique 3 où  $EV = AC$  et  $T_1 = AE_1$ , on voit que

$$\begin{aligned} DWL &= EV - T_1 \\ &= AC - AE_1 \\ &= E_1C \end{aligned}$$

Pour saisir intuitivement le contenu de ce concept de DWL, récapitulons ce que nous venons de voir :

- si l'Etat perçoit une taxe forfaitaire égale à ce que rapporte la taxe unitaire, le consommateur est gagnant, - il peut atteindre un niveau

---

<sup>1</sup> Dans la littérature anglo-saxonne, certains auteurs utilisent le terme « *tax incidence* » de façon synonyme avec celui de « *tax burden* » pour viser par ces termes la diminution du surplus d'un acteur suite à l'introduction de la taxe. La partie de cette diminution du surplus qui n'est « *recupérée* » sous forme d'une recette fiscale pour l'Etat est désignée alors par le terme *excess burden*, qui est donc le « *burden* » de la taxe que personne ne capte économiquement.

<sup>2</sup> Il importe de garder à l'esprit que le deadweight loss n'a pas sa cause ultime dans le fait qu'un impôt est prélevé, c'est-à-dire une recette fiscale est recherchée mais dans une « *distorsion* » des prix relatifs.

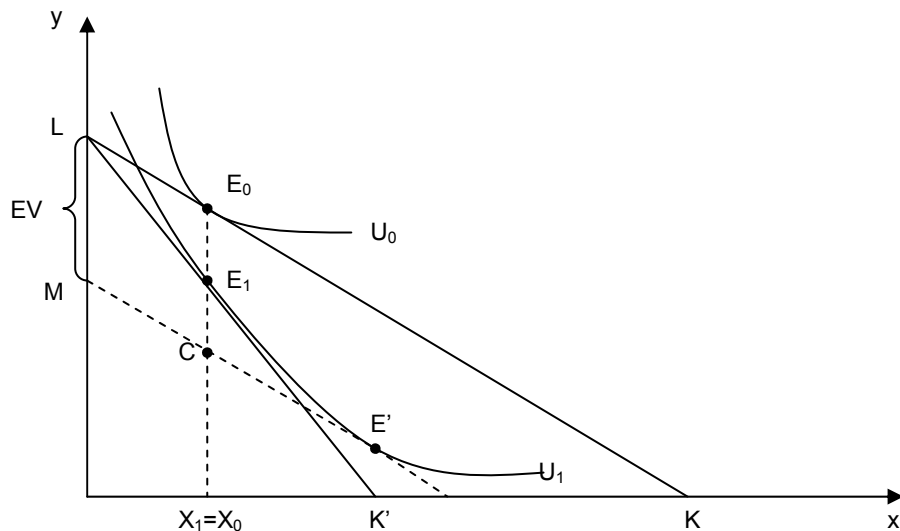
d'utilité plus élevée qu'avec la taxe unitaire – tandis que l'Etat est indifférent, sa recette fiscale restant la même ;

- si l'Etat perçoit une taxe forfaitaire de AC, l'utilité du consommateur ne change pas par rapport à son utilité avec la taxe unitaire ; il est donc indifférent entre la taxe unitaire et la taxe forfaitaire, mais l'Etat est gagnant parce qu'il perçoit une recette plus élevée ;
- si l'on fixe la taxe forfaitaire à un niveau entre  $AE_1$  et AC, le consommateur est gagnant, en termes d'utilité accrue et l'Etat, en termes de recette fiscale accrue.

A contrario, la taxe unitaire entraîne une inefficience qui consiste dans le fait qu'il existe une possibilité, à travers l'instrument d'une taxe forfaitaire, d'améliorer la situation d'au moins un agent sans détériorer celle de l'autre, en fait d'améliorer la situation de tous.

Le DWL exprime et mesure précisément cette inefficience, soit en termes de la recette fiscale supplémentaire que pourrait faire l'Etat, soit en termes du montant monétaire associé à la possible utilité supplémentaire pour le consommateur.

Mentionnons encore un cas particulier – repris dans le graphique ci-après – important qui permet d'illustrer la portée du concept de deadweight loss tout en nous sensibilisant à ne pas confondre demande totalement inélastique et absence de deadweight loss.



Dans ce cas, la quantité demandée du bien X ne change pas après introduction de la taxe unitaire. L'équivalent variation est LM et contrairement à ce que l'on pourrait penser a priori en constatant que la taxe n'a pas d'effet sur la quantité demandée du bien X, il y a de nouveau un deadweight loss égal à  $DWL = EV - T_1 = E_1C$ , l'impôt prélevé étant égal à  $E_0E_1$ .

Ceci illustre le point clé que le deadweight loss est lié à l'apparition d'un effet prix relatif à travers le coin fiscal et, partant, un effet de substitution qui est le mouvement le long de  $U_1$  de  $E_1$  vers  $E'$  déclenché par le changement du prix relatif engendré à son tour par l'introduction de la taxe.

Finalement, notons qu'il y a deux cas où il n'y a pas de deadweight loss car pas d'effet de substitution, soit si les courbes d'indifférence ont la forme Leontief, c'est-à-dire sont « *elbow-shaped* » de sorte que l'agent consomme toujours les biens dans une proportion invariable, soit si l'impôt est « *lump sum* ».

Après ces considérations plus générales, reprenons notre modèle numérique avec fonction d'utilité Cobb-Douglas.

#### 4.2.2. Application dans le cadre de notre modèle numérique

Retournons à notre modèle numérique de la taxe unitaire de 5 sur le bien X.

Sans taxe unitaire, le consommateur choisit le panier  $(x_0, y_0) = (20 ; 100)$  et atteint l'utilité  $U_0 = 2000$ .

Avec la taxe unitaire, il choisit le panier  $(x_1, y_1) = (10 ; 100)$  et atteint l'utilité  $U_1 = 1000 < U_2 = 2000$ .

Comment trouver EV ?

Nous devons chercher à atteindre  $U_1$  et, partant, nous devons nous interroger comment atteindre  $U_1$  avec la dépense  $5 \cdot x + y$  la moins élevée possible. Donc, il faut trouver le panier  $(x', y')$  qui permet de dégager l'utilité  $U_1$  tout en ayant la caractéristique qu'il nécessite la dépense et donc le revenu exogène le moins élevé nécessaire pour atteindre  $U_1$ .

Nous pouvons trouver ce montant par la méthode de Lagrange.

Cette fois-ci, il ne s'agit pas de maximiser  $U$  pour un revenu donné, mais on cherche à minimiser le revenu pour atteindre un niveau d'utilité ( $U_1 = 1000$ ) qui est donné au départ.

Ce Lagrangien<sup>1</sup> est :

$$L = 5 \cdot x + y + \lambda \cdot [1000 - x \cdot y]$$

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial x} = 5 - \lambda \cdot y = 0 & (1) \\ \frac{\partial L}{\partial y} = 1 - \lambda \cdot x = 0 & (2) \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 1000 - x \cdot y = 0 & (3) \end{cases}$$

De (1) et (2), il découle que  $\frac{5}{y} = \frac{1}{x}$ , donc  $y = 5 \cdot x$ .

De (3), et en utilisant le résultat précédent, on déduit :

$$1000 = x \cdot 5 \cdot x = 5 \cdot x^2$$

donc :

$$x^2 = 200$$

Il en découle que :

$$x' = \sqrt{200} = 10 \cdot \sqrt{2} = 14,14 (\cong 14)$$

et 
$$y' = 50 \cdot \sqrt{2} = 70,71 (\cong 71)$$

Ce panier  $E' (x', y') = (10 \cdot \sqrt{2}, 50 \cdot \sqrt{2})$  a la double caractéristique, premièrement, de permettre de générer le niveau d'utilité  $U_1$  et, deuxièmement, d'être parmi tous les paniers générant  $U_1$ , celui qui permet de ce faire au moindre « coût ».

Ce coût, pour le consommateur, donc la dépense minimale, appelons-la  $D$ , nécessaire pour atteindre à travers le panier  $(x', y')$  l'utilité  $U_1$  est :

$$D = 5 \cdot x' + y'$$

$$D = 5 \cdot 10 \cdot \sqrt{2} + 50 \cdot \sqrt{2}$$

$$D = 100 \cdot \sqrt{2}$$

Autrement dit, avec un revenu de  $100 \cdot \sqrt{2}$ , le consommateur, en choisissant le panier  $(x', y')$ , peut tout juste atteindre  $U_1$ .

---

<sup>1</sup> De façon générale, un Lagrangien  $L$  s'écrit comme  $L =$  fonction objectif  $+ \lambda \cdot$  contrainte. Avant on avait un problème de maximisation de la fonction objectif  $U = x \cdot y$  sous la contrainte budgétaire. Ici, on a un problème de minimisation de la fonction objectif  $p_x \cdot x + p_y \cdot y$  sous la contrainte que l'utilité  $U$  atteigne un niveau donné au départ. Les deux problématiques sont le dual l'une de l'autre.

Si donc la dépense minimale nécessaire du consommateur pour atteindre  $U^1$  est  $D=100 \cdot \sqrt{2}$ , il est prêt à payer au maximum  $EV=200-D = 200 - 100 \cdot \sqrt{2} \cong 200 - 141,4 = 58,6$  pour éviter la taxe unitaire, qui rapporte 50 à l'Etat.<sup>1</sup>

Le DWL est dès lors :

$$\begin{aligned} DWL &= EV - T_1 \\ &= 58,6 - 50 \\ &= 8,6 \end{aligned}$$

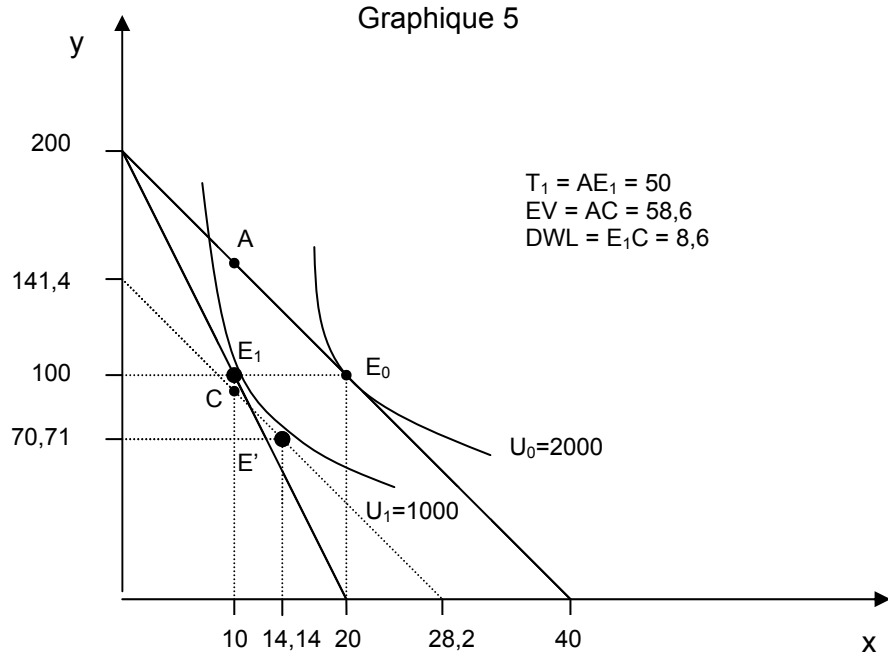
Si nous exprimons le DWL en pourcentage de la taxe unitaire payée, on trouve que  $DWL = 18\%$ , ce qui heuristiquement montre que le DWL n'est pas simplement quelque chose de négligeable.<sup>2</sup>

---

<sup>1</sup> Au plus tard maintenant, le pourquoi de notre hypothèse à la section 2.1 n'est plus un mystère.

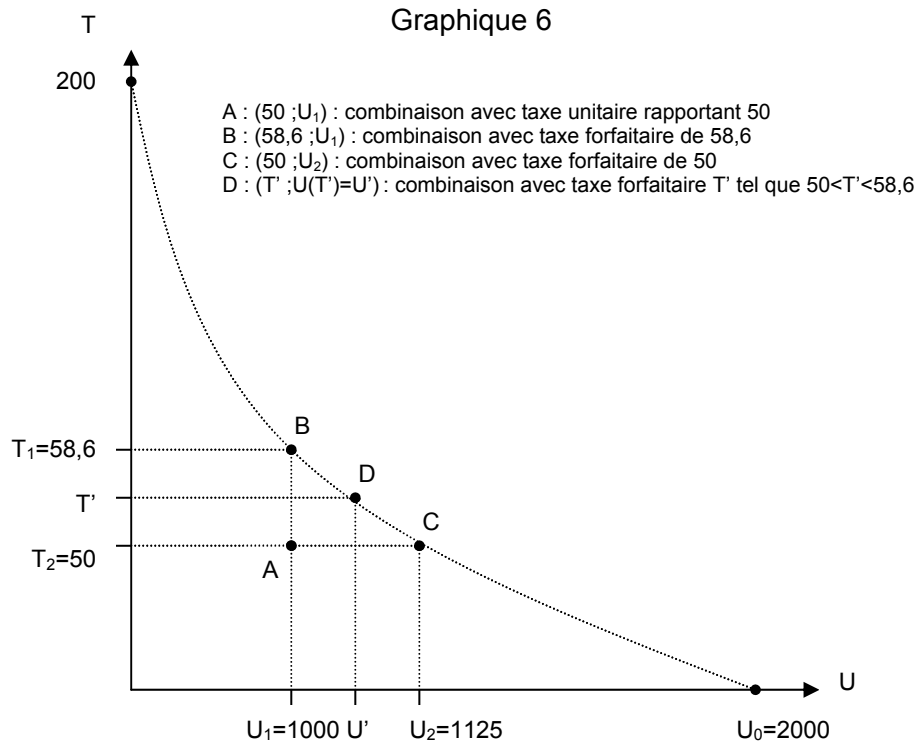
<sup>2</sup> Comme l'exprime Stefan Homburg dans *Allgemeine Steuerlehre* (p. 141), 5. Auflage, 2007, un livre excellent, voire brillant: „Eine der dezentralen Einsichten der normativen Steuerlehre besteht darin, dass Steuern mit identischem Aufkommen in der Regel unterschiedliche Schäden hervorrufen. Und außerdem zeigt sich, dass fast jede Steuer die Bürger in einem Ausmaß schädigt das über die eigentliche Zahllast hinausgeht. Dieses Phänomen nennt man die Zusatzlast der Besteuerung [deadweight loss, excess burden]. Diese Zusatzlast ist unsichtbar, und es erfordert einige intellektuelle Anstrengung, um sie überhaupt zu erfassen. Manch schlichtes Gemüt behauptet deshalb, die Zusatzlast sei entweder nicht existent oder nur von „theoretischem“ Interesse. In Wirklichkeit kann die Zusatzlast der Besteuerung ganze Volkswirtschaften ruinieren, ohne dass der Allgemeinheit auffällt, was vor sich geht. Eine intensive Beschäftigung mit diesem Thema lohnt deshalb, und dies gilt um so mehr, weil die Zusatzlast in juristischen und steuerpolitischen Debatten durchweg ignoriert wird.“ Harvey Rosen, dans son excellent *Public Finance*, 9th edition, McGraw Hill, p. 313, conclut dans le même sens: “Although these observations [that there is an excess burden if the demand for a commodity does not change] may seem like theoretical nit-picking, they are actually quite important. Policy discussions often focus on whether or not a given tax influences observed behaviour, with the assumption that if it does not, no serious efficiency problem is present. For example, some argue that if loans of work do not change when an income tax is imposed, then the tax has no adverse efficiency consequences. We have shown that such a notion is fallacious. A substantial tax burden may be incurred even if the uncompensated response of the taxed commodity is zero.”

Graphiquement, cela donne :



Construisons maintenant le graphique suivant qui indique pour chaque niveau imaginable de la taxe forfaitaire  $T$  ( $0 < T \leq 200 = R$ ) (repris le long de l'ordonnée) l'utilité maximale atteignable par le consommateur ou, pour chaque niveau d'utilité atteignable le niveau maximal de la taxe forfaitaire compatible avec la réalisation de ce niveau d'utilité<sup>1</sup> :

<sup>1</sup> Montrez que l'équation de la fonction dans le graphique qui suit est  $U = 2000 - 20 \cdot T + \frac{T^2}{20}$ , le cas échéant après avoir étudié la section 5.2.



Donc, force est de constater que, toujours par rapport à l'introduction d'une taxe unitaire :

- en prélevant une taxe forfaitaire de 58,6, l'Etat serait gagnant ( $58,6 > 50$ ) sans que le consommateur ne serait perdant (il reste au niveau  $U_1$ ). On passerait de A en B. Autrement dit, pour une diminution d'utilité égale, une taxe forfaitaire permettrait de procurer plus de recette que la taxe unitaire.
- en prélevant une taxe forfaitaire de 50, le consommateur serait gagnant ( $U_2 > U_1$ ) sans que l'Etat ne serait perdant. On passerait de A en C. Autrement dit, une taxe unitaire diminuerait l'utilité plus que nécessaire pour réaliser une recette fiscale de 50.
- en prélevant une taxe forfaitaire entre 50 et 58,6, le consommateur serait gagnant ( $U > U_1$ ) et l'Etat serait gagnant ( $T' > 50$ ). Il est donc possible, par rapport à une taxe unitaire, d'améliorer la situation de tous les acteurs. On passerait de A en un point comme le point D.

C'est sur la base de ces constats que dans la littérature on dit que la taxe unitaire est inefficace, le DWL<sup>1</sup> étant une mesure de cette inefficace.<sup>2</sup>

En principe, il est donc possible d'assurer un revenu donné à l'Etat, sans générer une inefficace au sens prédéfini si ce prélèvement se fait sous forme forfaitaire (cf. également les titres précédents).

### Exercice

Supposez qu'au point de départ l'on soit en présence de la taxe unitaire  $t_x=5$  sur le bien X.

Admettez que l'on procède à une réforme fiscale qui consiste à remplacer la taxe unitaire  $t_x$  par une taxe forfaitaire de 50.

Quelle serait alors la dépense minimale nécessaire calculée au prix pré-réforme (en présence taxe unitaire) qui permettrait d'atteindre le niveau d'utilité post-réforme ? (remplacement forfaitaire par unitaire)

Comparez ce montant à l'EV.

Pour terminer, partons de la situation où il existe une taxe unitaire  $t_x$  de 5 qui a fait passer le prix du bien X à 10. Nous savons que le choix optimal se caractérise par une utilité de  $U_1=1.000$ . La recette fiscale est de  $10 \cdot 5=50$ .

Maintenant analysons ce qui se passe si on remplace la taxe unitaire  $t_x=5$  par une taxe forfaitaire qui rapporte le même montant, en l'occurrence 50, et en ce faisant définissons une nouvelle grandeur, le gain de cette réforme fiscale, que nous dénotons par  $\Delta M$ .

Nous savons que si on introduit une taxe forfaitaire de 50, le consommateur choisira le panier  $(x_2, y_2)=(15 ; 75)$  qui lui dégagera une utilité de 1.125.

La réforme fiscale, remplacement de la taxe unitaire  $t_x=5$  rapportant 50 par une taxe forfaitaire rapportant 50 fait passer le consommateur d'une utilité  $U_1=1.000$  à une utilité  $U_2=1.125$ , donc du point A au point C du graphique précédent.

---

<sup>1</sup> Dans la définition du DWL, l'hypothèse implicite est faite qu'une unité monétaire de taxe est (considérée comme) équivalente à une unité d'EV. Quelqu'un qui considérerait une taxe comme un mal en soi considérerait que « DWL » serait tout simplement égal à EV.

<sup>2</sup> La mesure développée du DWL à partir de EV n'est (malheureusement) pas la seule mesure possible. Une approche alternative à celle de l'EV est celle de la variation compensatoire (« *compensating variation* ») (CV) qui se définit comme étant le montant maximal qu'il faudrait donner au consommateur, pour que, malgré la mise en place de la taxe unitaire, donc compte tenu du nouveau prix relatif, il puisse toutefois maintenir le niveau d'utilité initiale  $U_0$  qu'il pourrait ou aurait pu atteindre sans cette taxe en question.

Dans ce cas, on définirait DWL comme  $DWL' = CV - T$ . On peut montrer que, en principe,  $EV < CV$  (si le bien X est normal), donc que  $DWL < DWL'$ . Ce n'est que si la fonction d'utilité est quasi-linéaire que les deux mesures EV et CV donnent le même résultat, c'est-à-dire que  $EV = CV$ , et partant que le calcul du DWL selon les deux approches donnera également le même résultat (Nous renvoyons à la section 8, Annexe pour une exposition détaillée).

Cherchons maintenant une expression monétaire de cette différence d'utilité  $U_2 - U_1 > 0$  qui, per se, de par le caractère ordinaire de l'utilité n'a pas de signification.

Appelons cette expression monétaire le « gain de la réforme fiscale », dénotons-la par  $\Delta M$  et définissons-la comme :

$$\begin{aligned}\Delta M &= D(p_x = 10, U_2 = 1.125) - D(p_x = 10, U_1 = 1.000) \\ &= D(p_x = 10, U_2 = 1.125) - 200\end{aligned}$$

La valeur  $D(p_x = 10, U_2 = 1.125)$  est égale à :

$$\begin{aligned}D &= 2 \cdot \sqrt{p_x \cdot p_y \cdot U} \\ &= 2 \cdot \sqrt{10 \cdot 1 \cdot 1.125} \\ &= 2 \cdot \sqrt{112,5} \\ &\cong 210\end{aligned}$$

Il en découle que :

$$\begin{aligned}\Delta M &\cong 210 - 200 \\ &= 200\end{aligned}$$

Notons que  $\Delta M > DWL$  où  $DWL = EV - T$   
 $= 58,6 - 50$   
 $= 8,6$

Expliquez pourquoi tel est le cas.<sup>1</sup>

#### 4.2.3. Prise en compte des dépenses publiques

Pour terminer, encore une remarque importante. Nous n'avons pas formalisé l'utilisation des impôts p.ex. pour le financement de dépenses publiques  $G$ , qui le cas échéant, sont dans l'intérêt des acteurs et ne pourraient pas être réalisées sans recourir au moyen de financement que constitue l'impôt.

Il est dès lors parfaitement possible qu'un état avec taxe créant un deadweight loss et dépenses publiques  $G$  entrant positivement dans la fonction d'utilité (p.ex.  $U = x \cdot y \cdot G$ ) est préférable à un état sans taxes et sans dépenses publiques  $G$ . Ceci dit, cela n'enlève rien à la pertinence de notre

<sup>1</sup> cf. Bev Dahlby, *The marginal Cost of Public Funds*, MIT Press, p. 18.

analyse ci-dessus étant donné qu'il reste vrai qu'un état avec taxes sans deadweight loss et dépenses publiques est préférable à un état avec les mêmes dépenses publiques financées par des taxes avec deadweight loss.<sup>1</sup> Il est toujours de bonne politique, ceteris paribus, d'éviter ou pour le moins de minimiser un deadweight loss. Et en tout cas, s'il y a un deadweight loss, il est important d'en être conscient et de le prendre en compte en évaluant une politique donnée et en comparant différentes politiques.

Nous allons illustrer ces dernières considérations en développant un modèle où l'impôt prélevé est utilisé pour financer un bien public. Nous allons montrer que, ceteris paribus, si on remplace une taxe spécifique sur un bien par un impôt forfaitaire, une telle 'réforme' fiscale est « *budgetairement neutre* » tout en permettant une meilleure allocation des ressources en ce sens que le consommateur tirera plus d'utilité de ce deuxième scénario.

Supposons que le consommateur ait la fonction d'utilité  $U=x \cdot y \cdot G$  où  $G$  est un bien public, mis à disposition par l'Etat en le finançant à travers un impôt prélevé sur ledit consommateur.<sup>2</sup>

On va tout d'abord analyser le cas où le bien public est financé par un impôt forfaitaire et ensuite le cas où il est financé par une taxe unitaire  $t_x$  ( $0 < t_x < 1$ ) sur le seul bien  $X$ .

Nous supposons que le consommateur a un revenu exogène  $R > 0$  et que les prix des deux biens  $X$  et  $Y$  sont respectivement  $p_x > 0$  et  $p_y > 0$ .

Dans le cas d'un impôt forfaitaire  $T$ , le Gouvernement, en ayant pour objectif de fournir une quantité – aux yeux du consommateur – optimale du bien public (l'opportunité même de la fourniture du bien public n'est pas en discussion) va chercher à fournir une quantité  $G$  que le consommateur considère comme optimale.

Nous allons supposer que le coût de production du bien public,  $C_G$ , est :

$$C_G = c \cdot G \quad 0 < c$$

Par ailleurs, on suppose que l'Etat finance l'entièreté du coût par l'impôt.

Dans le cas d'une taxe forfaitaire, on a :

$$T = C_G = c \cdot G$$

---

<sup>1</sup> La production du bien public (pur) coûte les ressources nécessaires à cette production ainsi que le deadweight loss dont s'accompagne, le cas échéant, le prélèvement nécessaire à la production de ce bien public. Si, ceteris paribus, on peut éviter ce deadweight loss, chacun est gagnant.

<sup>2</sup> Ce modèle est extrêmement réducteur.

On peut construire le Lagrangien suivant :

$$L = x \cdot y \cdot G + \lambda [R - p_x \cdot x - p_y \cdot y - c \cdot G]$$

D'où :

$$\frac{\partial L}{\partial x} = y \cdot G - \lambda \cdot p_x = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = x \cdot G - \lambda \cdot p_y = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial G} = x \cdot y - \lambda \cdot c = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = R - p_x \cdot x - p_y \cdot y - c \cdot G = 0$$

On trouve que :

$$\lambda = \frac{y \cdot G}{p_x} = \frac{x \cdot G}{p_y} = \frac{x \cdot y}{c}$$

D'où :

$$x_M = \frac{R}{3p_x}$$

$$y_M = \frac{R}{3p_y}$$

$$\bar{G} = \frac{R}{3 \cdot c}$$

Donc, si le Gouvernement prélève un impôt forfaitaire  $T = c \cdot G = \frac{R}{3}$  du consommateur, il fournira la quantité optimale du bien public que ce dernier se procurerait dans le marché si tel était possible.

L'utilité maximale est :

$$\begin{aligned} U &= x_M \cdot y_M \cdot \bar{G} \\ &= \frac{R^3}{27p_x \cdot p_y \cdot c} \end{aligned}$$

Maintenant, supposons que l'Etat recoure non pas à un impôt forfaitaire, mais à une taxe spécifique  $t_x$  sur le bien X.

Alors, on a :

$$T = t_x \cdot x = c \cdot G$$

Le Lagrangien est :

$$L = x \cdot y \cdot G + \lambda \cdot [R - p_x \cdot x - p_y \cdot y] + \mu \cdot [t_x \cdot x - c \cdot G]$$

ou, en remplaçant G par  $\frac{t_x}{c} \cdot x$  :

$$L = \frac{t_x}{c} \cdot x^2 \cdot y + \lambda \cdot [R - (p_x + t_x) \cdot x - p_y \cdot y]$$

D'où :

$$\frac{\partial L}{\partial x} = 2 \frac{t_x}{c} \cdot x \cdot y - \lambda \cdot (p_x + t_x) = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = \frac{t_x}{c} \cdot x^2 - \lambda \cdot p_y = 0$$

D'où :

$$\lambda = \frac{t_x \cdot x^2}{c \cdot p_y} = \frac{2t_x \cdot x \cdot y}{c \cdot (p_x + t_x)}$$

Il en découle que :

$$y = \frac{(p_x + t_x)}{2p_y} \cdot x$$

Alors on trouve que :

$$R = (p_x + t_x) \cdot x + \frac{1}{2} (p_x + t_x) \cdot x$$

soit

$$x'_M = \frac{2R}{3(p_x + t_x)}$$

et

$$y'_M = \frac{R}{3p_y}$$

et

$$\begin{aligned} \overline{G} &= \frac{t}{c} \cdot x \\ &= \frac{2 \cdot t \cdot R}{3c \cdot (p_x + t)} \end{aligned}$$

L'utilité maximale,  $U'$ , est :

$$U' = \frac{4t \cdot R^2}{27c \cdot (p_x + t_x)^2 \cdot p_y}$$

Comparons  $U$  à  $U'$ .

Force est de constater que  $U' < U$ .

En effet, on a que :

$$\frac{R^3}{27p_x \cdot p_y \cdot c} > \frac{4tR^3}{27c(p_x + t_x)^2 \cdot p_y}$$

Que cette inégalité est satisfaite, on le constate comme suit : En simplifiant, on obtient :

$$\frac{1}{p_x} > \frac{4t}{(p_x + t_x)^2}$$

Cela implique que :

$$(p_x + t_x)^2 > 4p_x t$$

soit

$$p_x^2 + t_x^2 + 2p_x t_x - 4p_x t > 0$$

$$p_x^2 - 2p_x \cdot t + t_x^2 > 0$$

$$(p_x - t_x)^2 > 0$$

ce qui est effectivement le cas à moins que  $p_x = t_x$ . Si  $t_x = p_x$ , on a  $U' = U$ .